

EGZAMIN MATURALNY OD ROKU SZKOLNEGO 2014/2015

MATEMATYKA POZIOM ROZSZERZONY

PRZYKŁADOWY ZESTAW ZADAŃ (A1)

W czasie trwania egzaminu zdający może korzystać z zestawu wzorów matematycznych, linijki i cyrkla oraz kalkulatora.

Czas pracy: 180 minut

GRUDZIEŃ 2013

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1–5 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź

Zadanie 1. (0–1)

Dane są dwie urny z kulami, w każdej jest 5 kul. W pierwszej urnie jest jedna kula biała i 4 kule czarne. W drugiej urnie są 3 kule białe i 2 kule czarne. Rzucamy jeden raz symetryczną sześcienną kostką do gry. Jeśli wypadnie jedno lub dwa oczka, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, natomiast jeśli wypadną co najmniej trzy oczka, to losujemy jedną kulę z drugiej urny. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

- A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{7}{15}$ D. $\frac{3}{5}$

Zadanie 2. (0–1)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony wzorem

$$a_n = \frac{3}{(\sqrt{2})^n} \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ C. $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$ D. $\frac{3}{\sqrt{2}-1}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\frac{27^{665} \cdot \sqrt[3]{3^{-92}}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{152}{3}}}$ jest równa

- A. 3^{725} B. 3^{1995} C. 3^{2015} D. 3^{2045}

Zadanie 4. (0–1)

Okrąg o_1 ma równanie $x^2 + (y-1)^2 = 25$, a okrąg o_2 ma równanie $(x-1)^2 + y^2 = 9$. Określ wzajemne położenie tych okręgów.

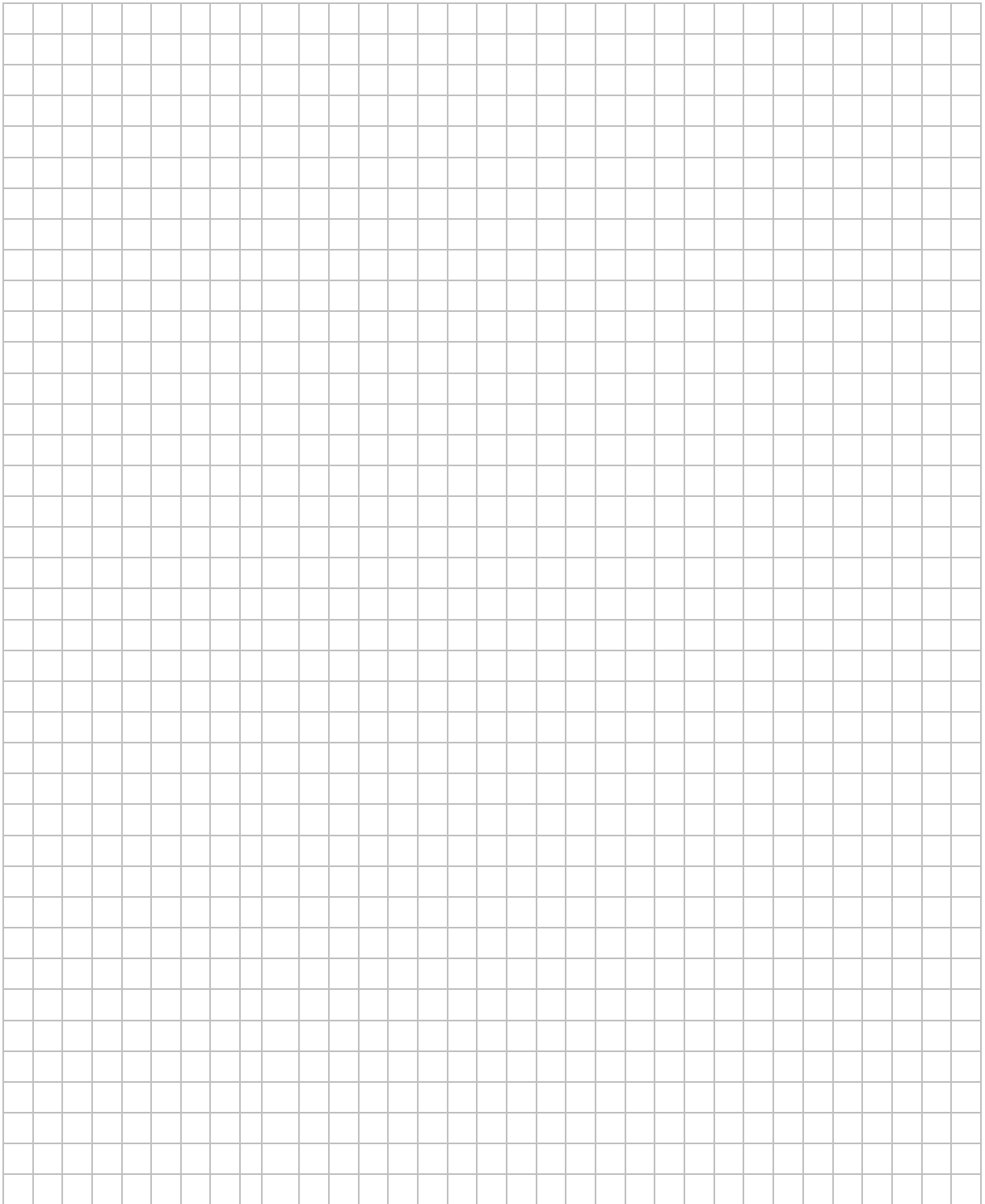
- A. Te okręgi przecinają się w dwóch punktach.
B. Te okręgi są styczne.
C. Te okręgi nie mają punktów wspólnych oraz okrąg o_1 leży w całości wewnątrz okręgu o_2 .
D. Te okręgi nie mają punktów wspólnych oraz okrąg o_2 leży w całości wewnątrz okręgu o_1 .

Zadanie 5. (0–1)

Dla każdego α suma $\sin \alpha + \sin 3\alpha$ jest równa

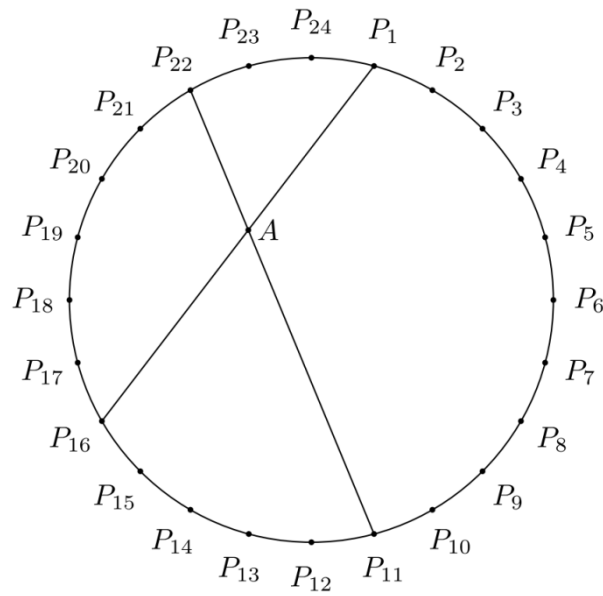
- A. $\sin 4\alpha$.
B. $2\sin 4\alpha$.
C. $2\sin 2\alpha \cos \alpha$.
D. $2\sin \alpha \cos 2\alpha$.

BRUDNOPIS

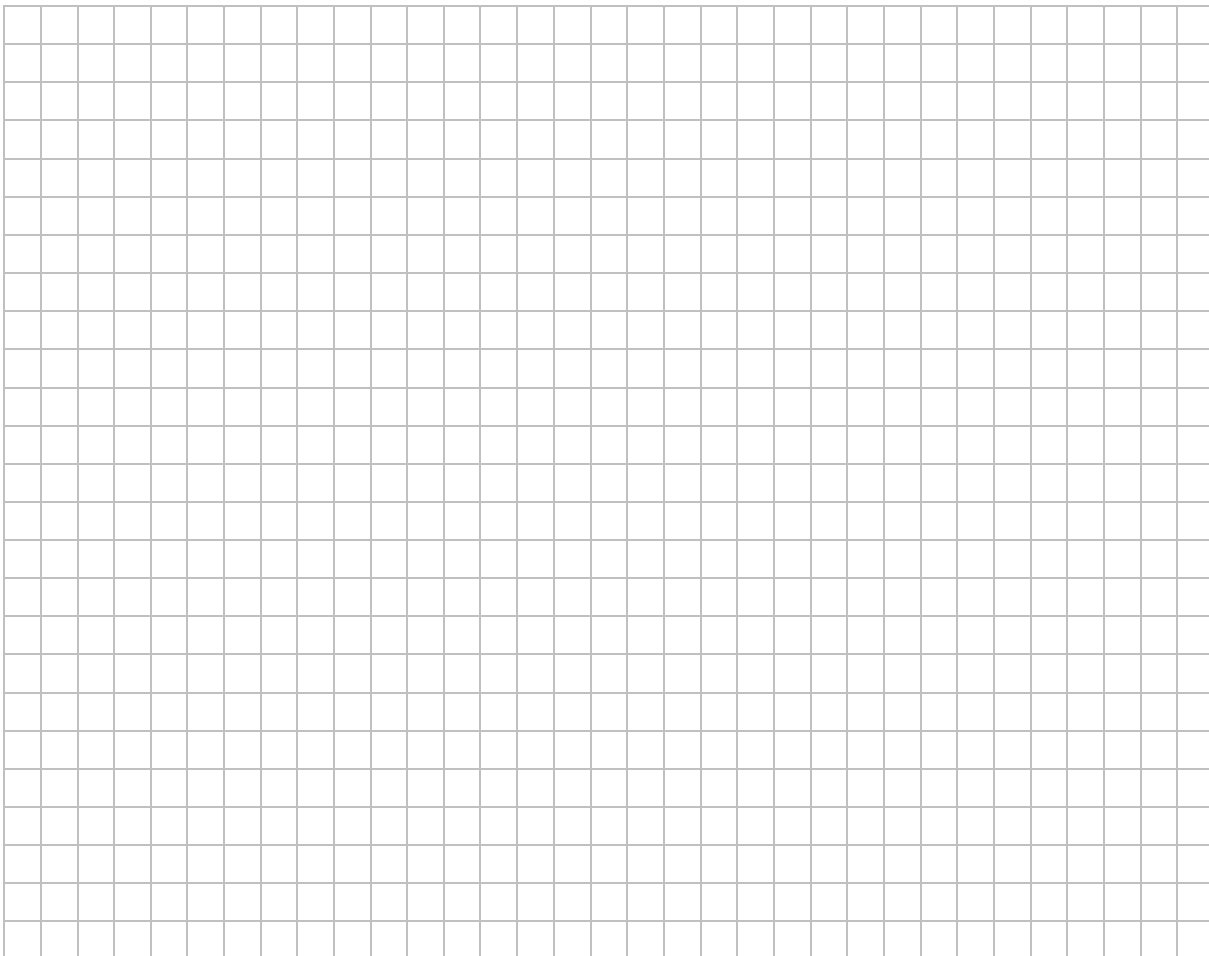


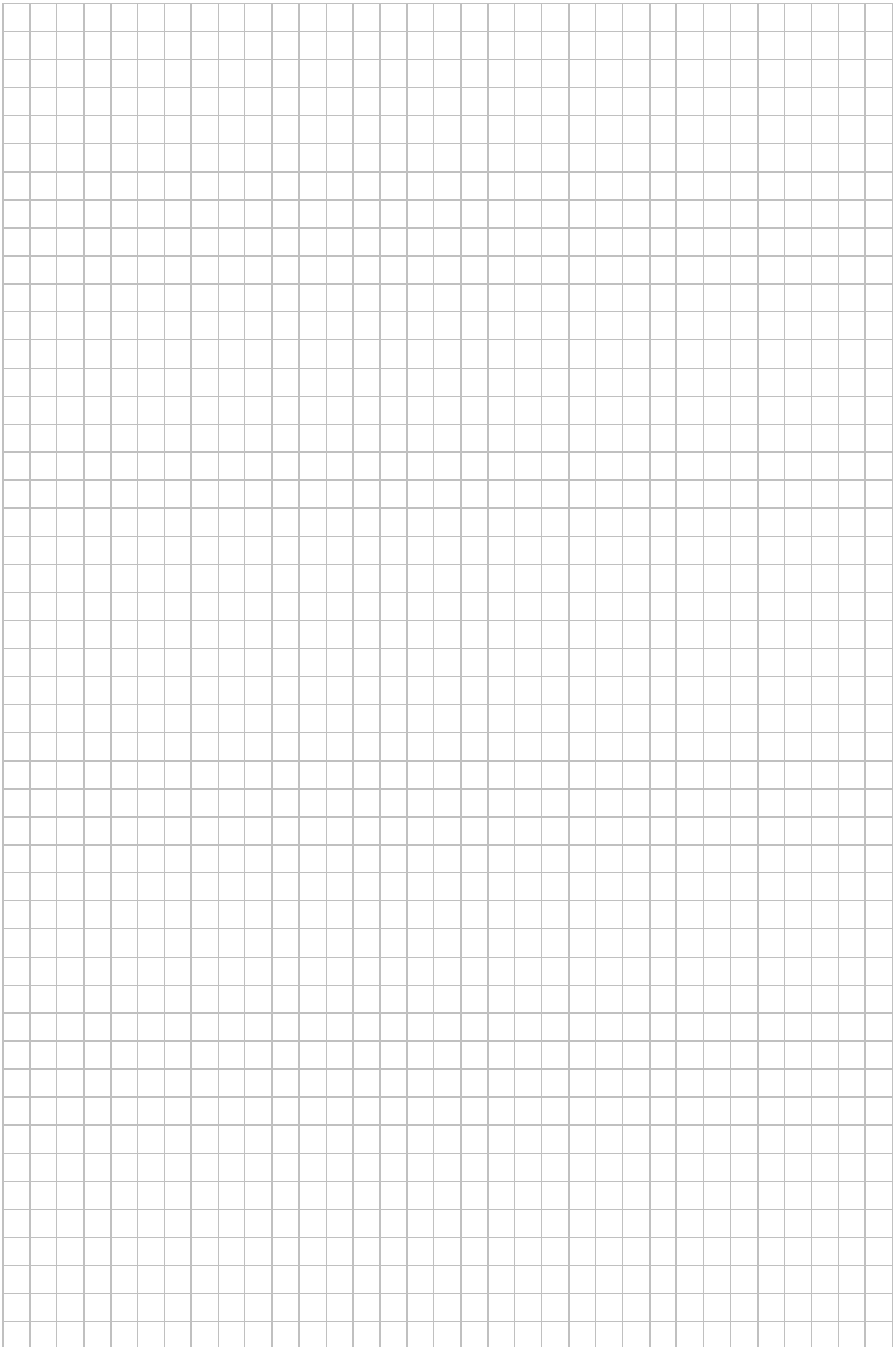
Zadanie 10. (0–3)

Punkty $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{23}, P_{24}$ dzielą okrąg na 24 równe łuki (zobacz rysunek). Punkt A jest punktem przecięcia cięciw $P_{11}P_{22}$ i P_1P_{16} .



Udowodnij, że $|\sphericalangle P_{16}AP_{11}| = 60^\circ$.

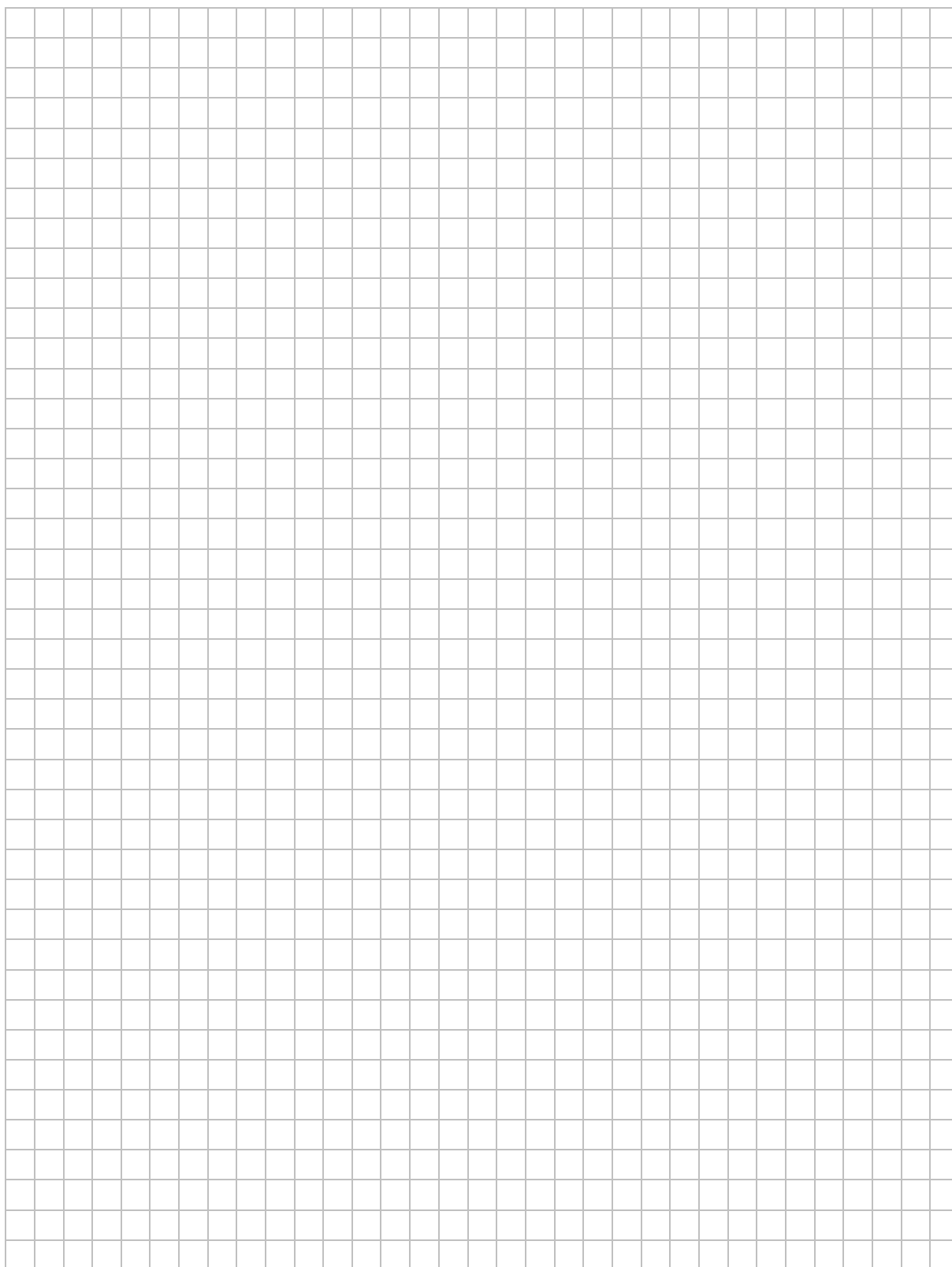




Zadanie 11. (0–3)

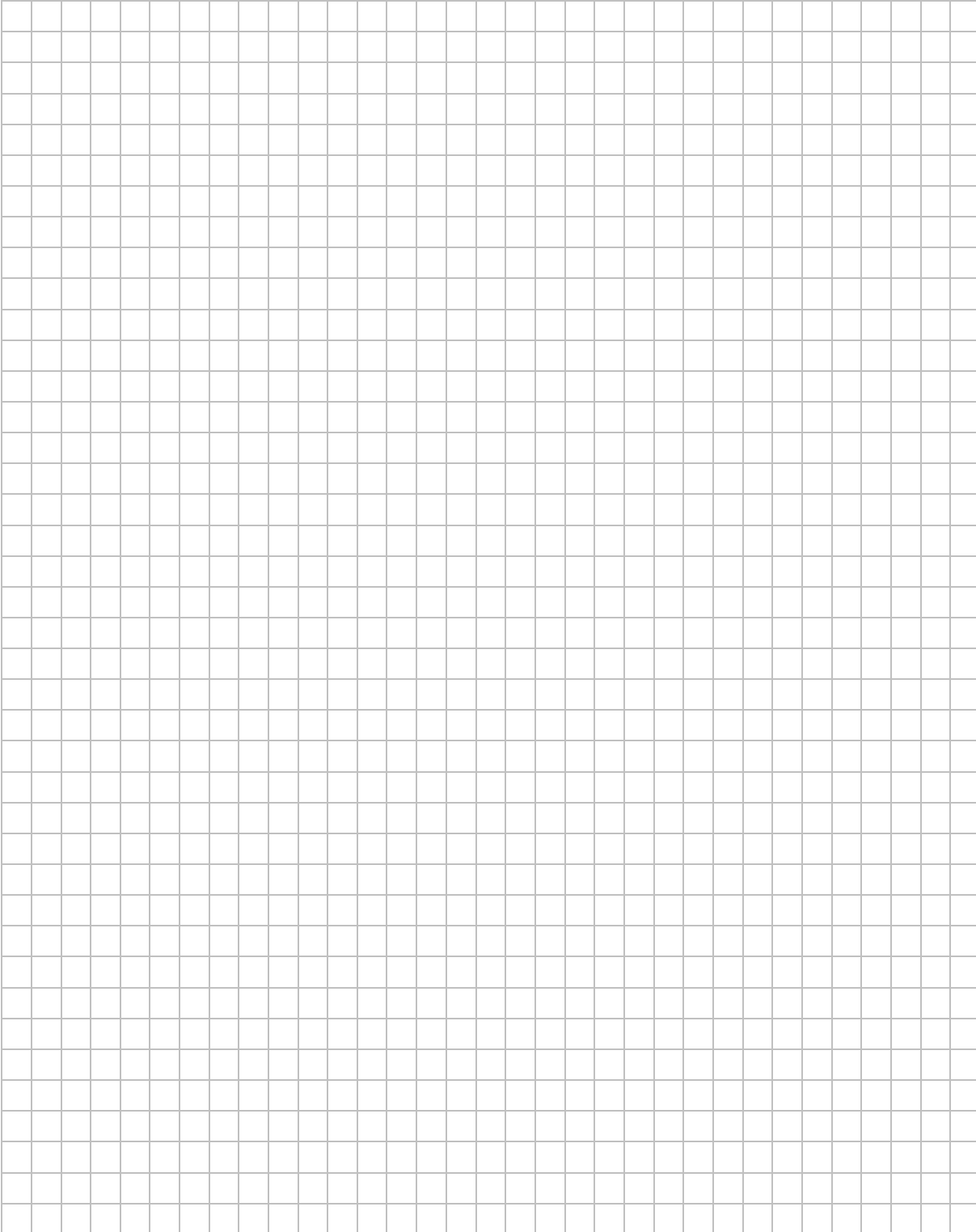
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej m prawdziwa jest nierówność

$$20x^2 - 24mx + 18m^2 \geq 4x + 12m - 5.$$



Zadanie 13. (0–3)

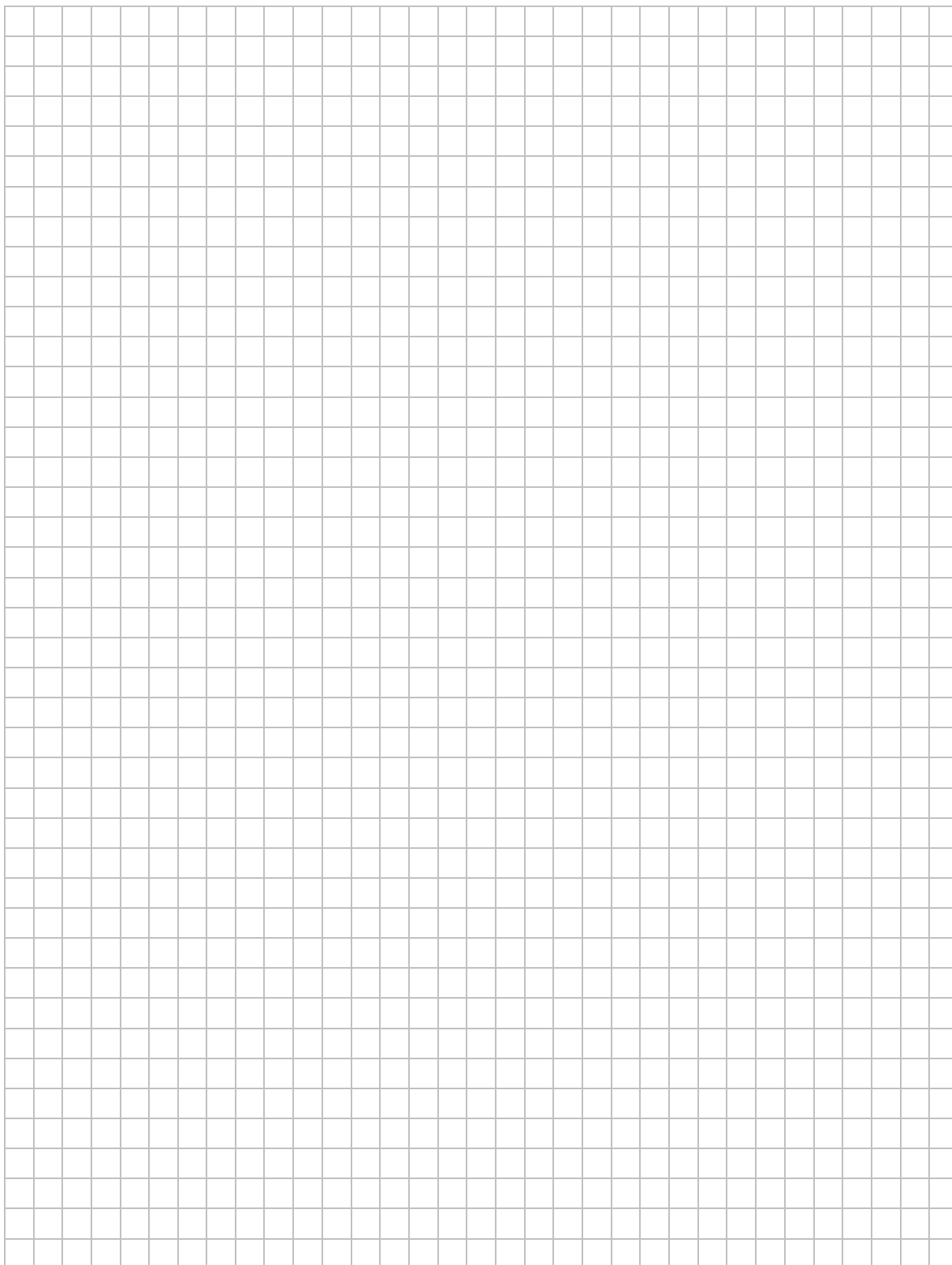
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których prosta o równaniu $y = mx + (2m + 3)$ ma dokładnie dwa punkty wspólne z okręgiem o środku w punkcie $S = (0, 0)$ i promieniu $r = 3$.



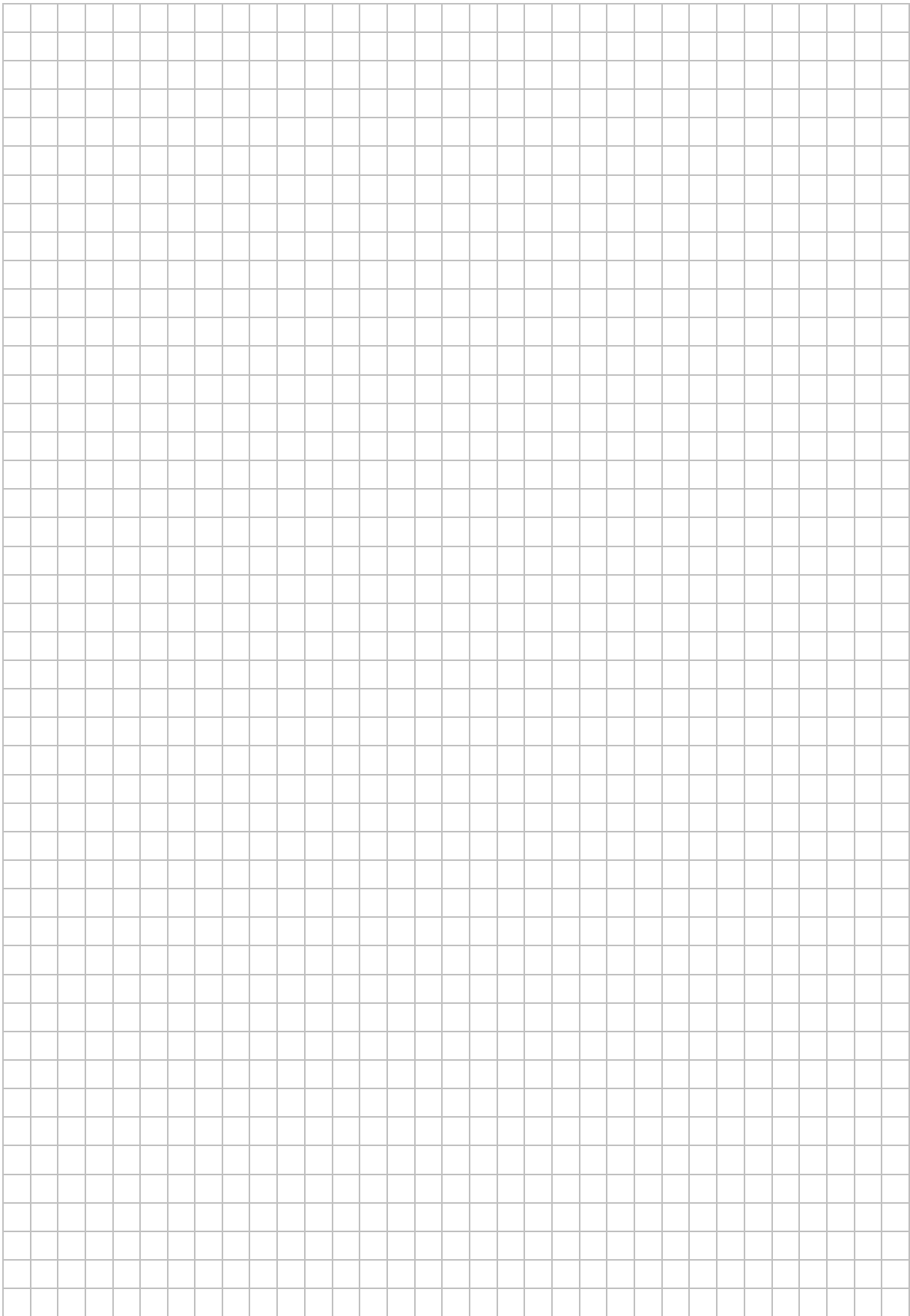
Odpowiedź:.....

Zadanie 14. (0–3)

Dana jest parabola o równaniu $y = x^2 + 1$ i leżący na niej punkt A o współrzędnej x równej 3. Wyznacz równanie stycznej do tej paraboli w punkcie A .



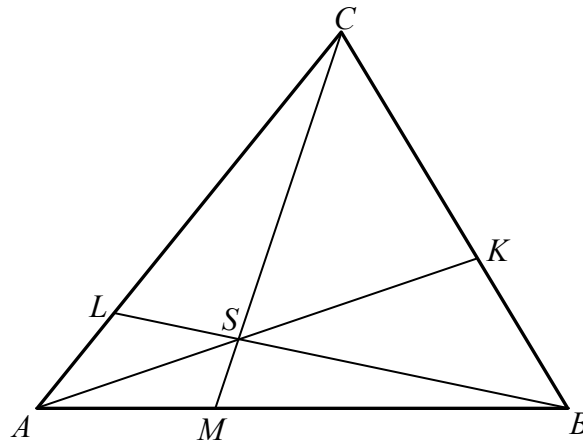
Odpowiedź:



Odpowiedź:

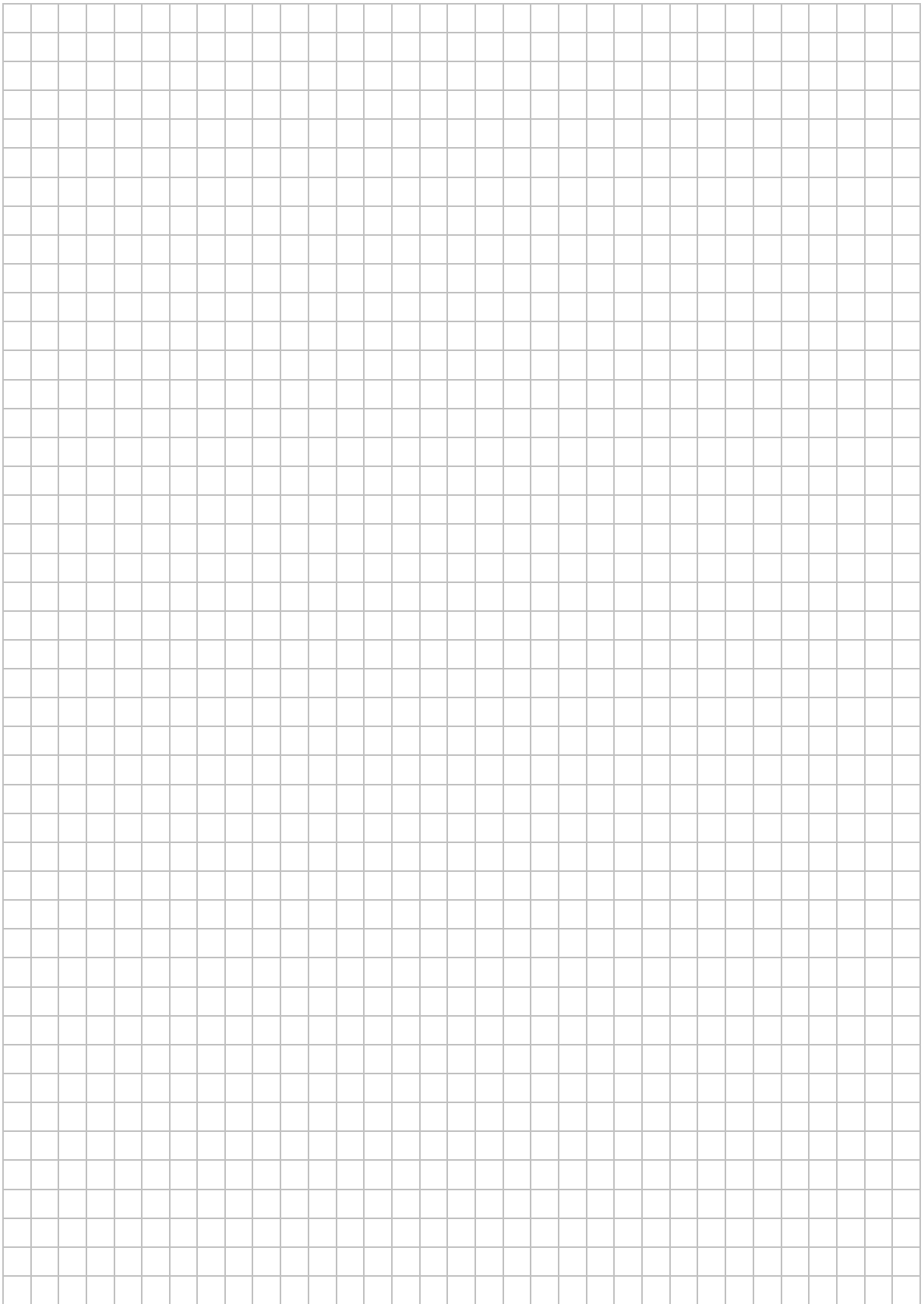
Zadanie 16. (0–6)

Punkty M i L leżą odpowiednio na bokach AB i AC trójkąta ABC , przy czym zachodzą równości $|MB| = 2 \cdot |AM|$ oraz $|LC| = 3 \cdot |AL|$. Punkt S jest punktem przecięcia odcinków BL i CM . Punkt K jest punktem przecięcia półprostej AS z odcinkiem BC (zobacz rysunek).



Pole trójkąta ABC jest równe 660. Oblicz pola trójkątów: AMS , ALS , BMS i CLS .

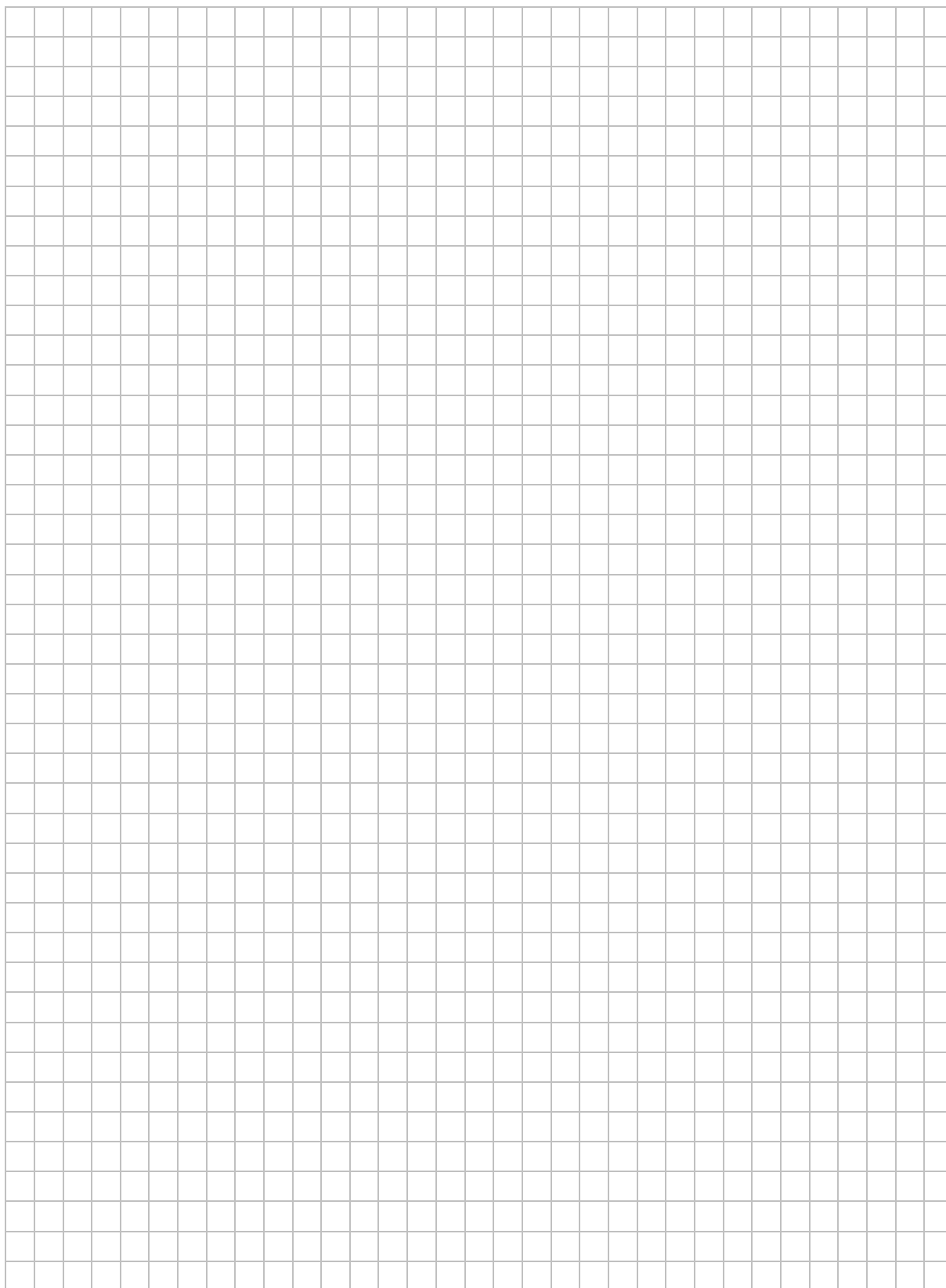




Odpowiedź:

Zadanie 17. (0–6)

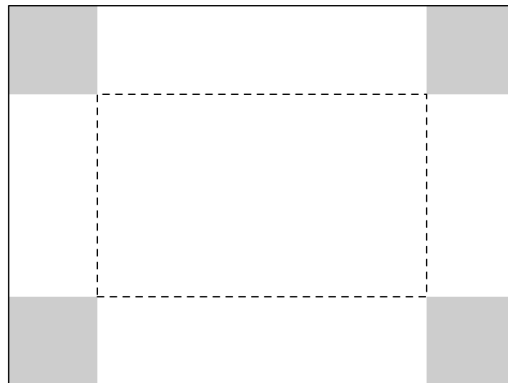
Oblicz, ile jest stycyfrowych liczb naturalnych o sumie cyfr równej 4.



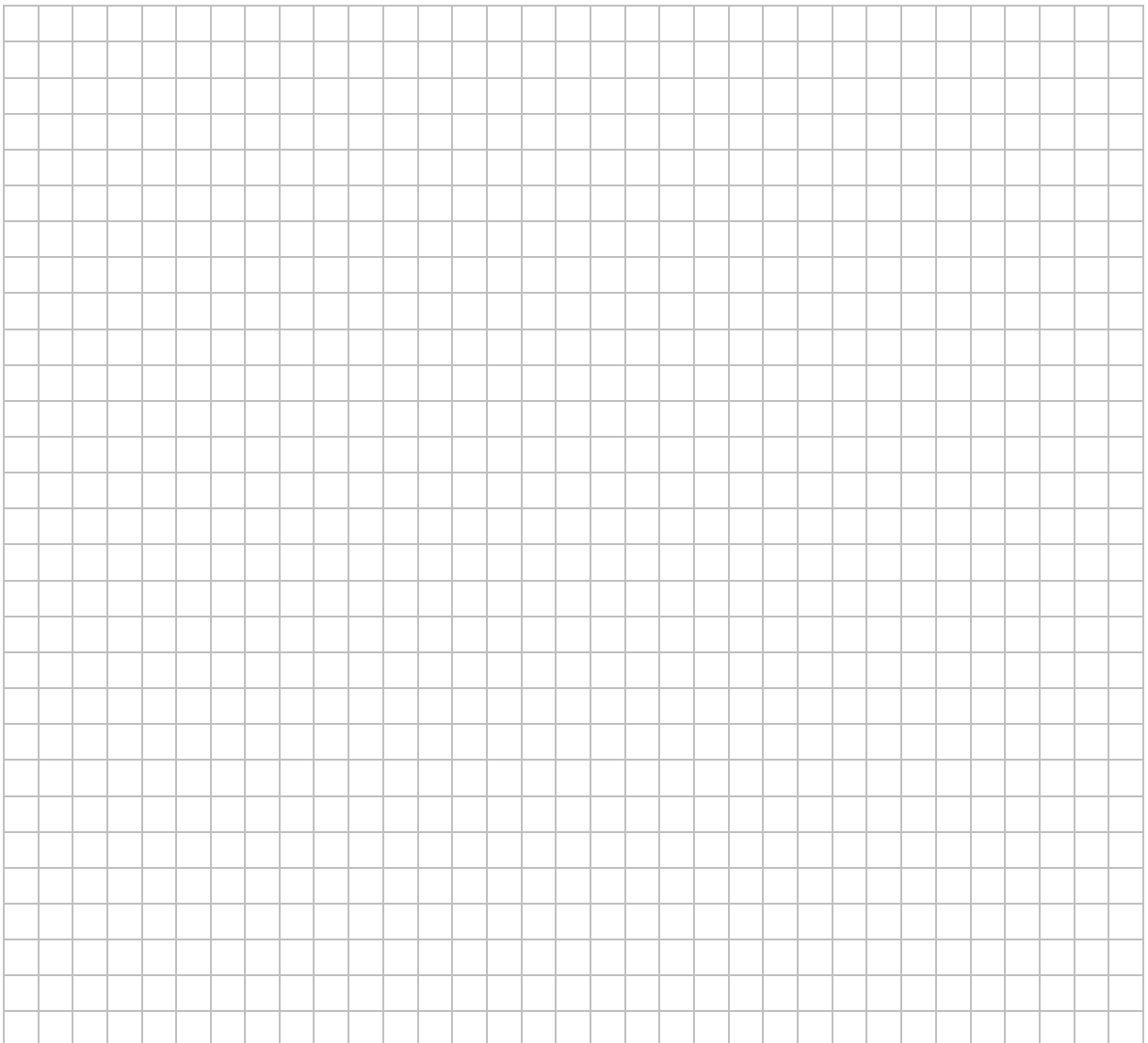
Odpowiedź:.....

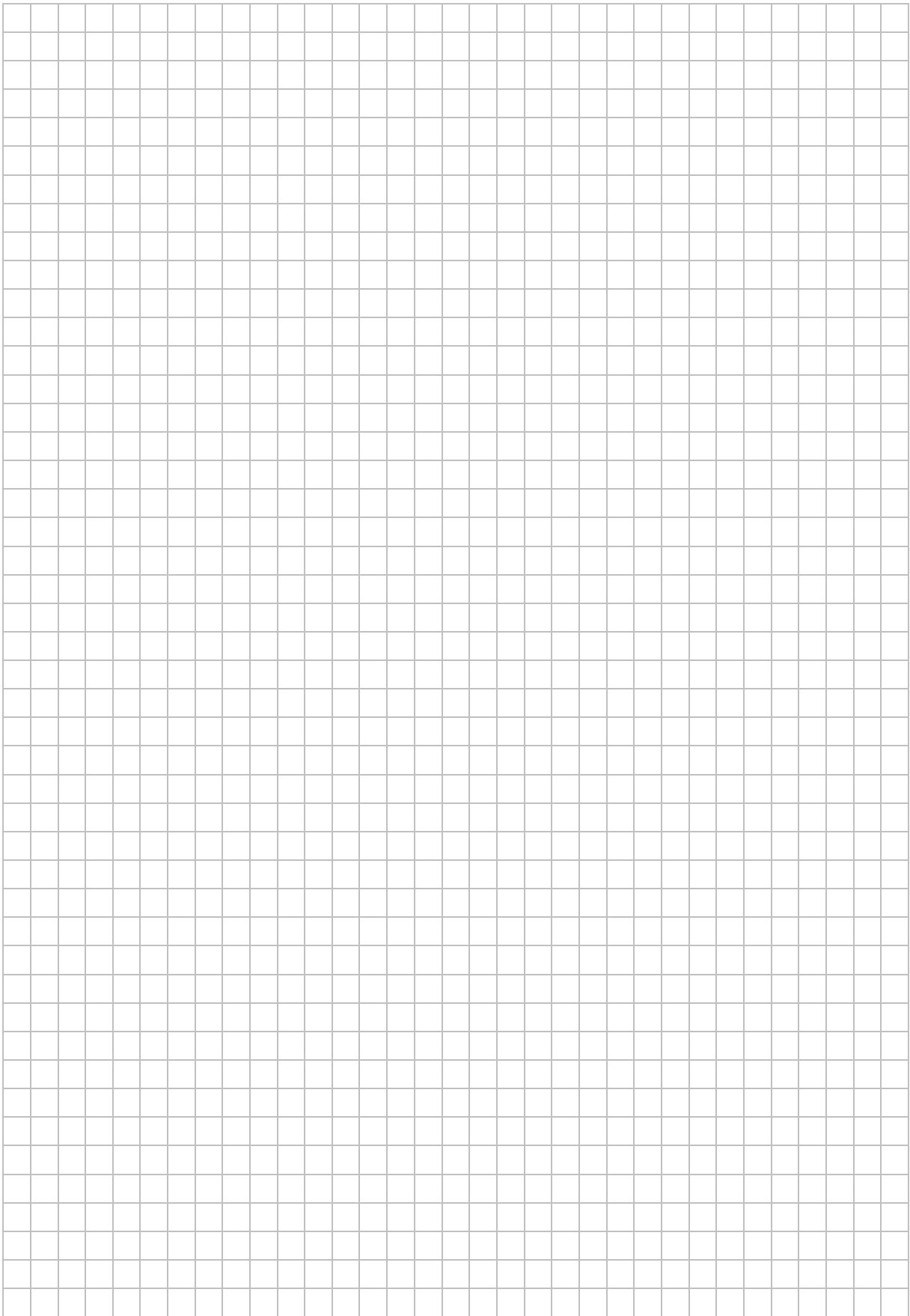
Zadanie 18. (0–7)

Dany jest prostokątny arkusz kartonu o długości 80 cm i szerokości 50 cm. W czterech rogach tego arkusza wycięto kwadratowe naroża (zobacz rysunek).



Następnie zagięto karton wzdłuż linii przerywanych, tworząc w ten sposób prostopadłościenne pudełko (bez przykrywki). Oblicz długość boku każdego z wyciętych kwadratowych naroży, dla której objętość otrzymanego pudełka jest największa. Oblicz tę maksymalną objętość.





Odpowiedź:.....

BRUDNOPIS

