

**Miejsce
na naklejkę**

MMA-R1_1P-082

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

**MAJ
ROK 2008**

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

**Wypełnia zdający
przed rozpoczęciem pracy**

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

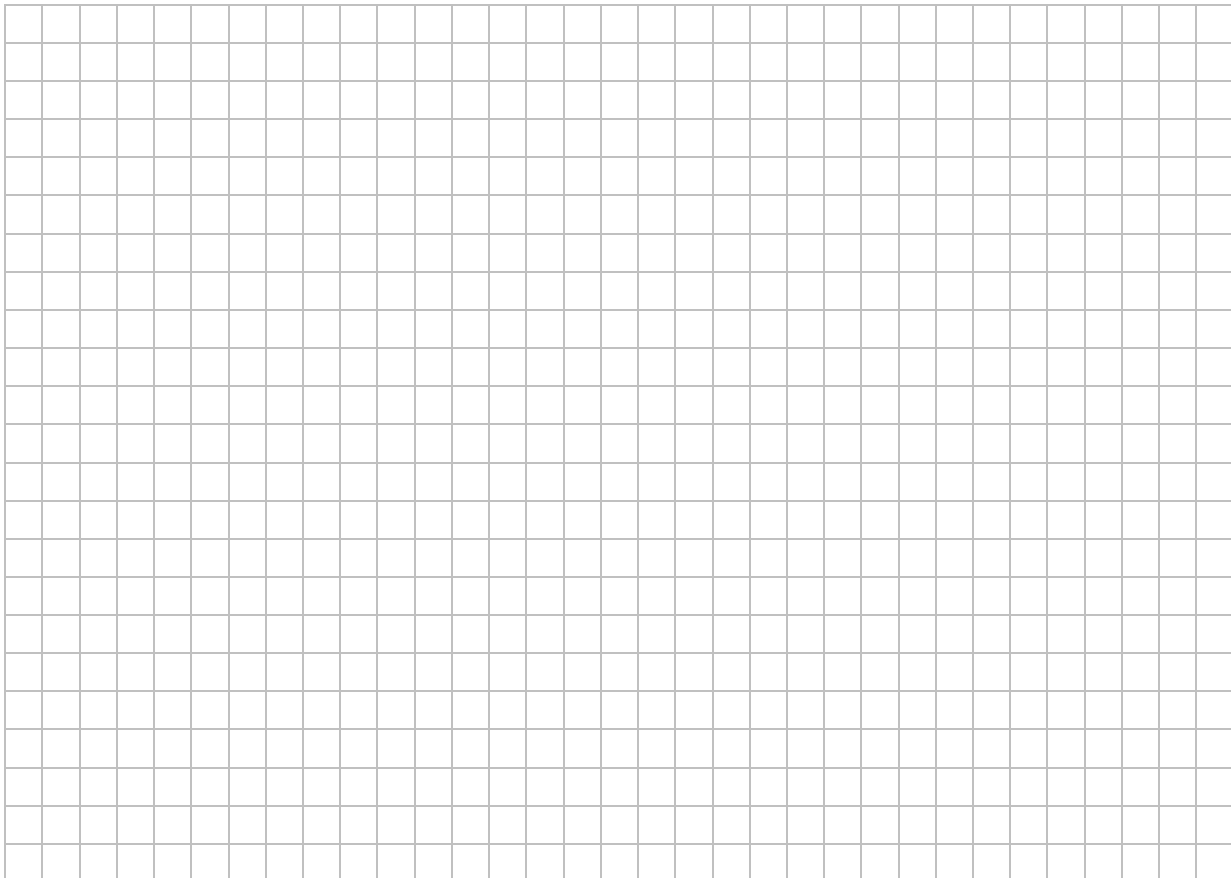
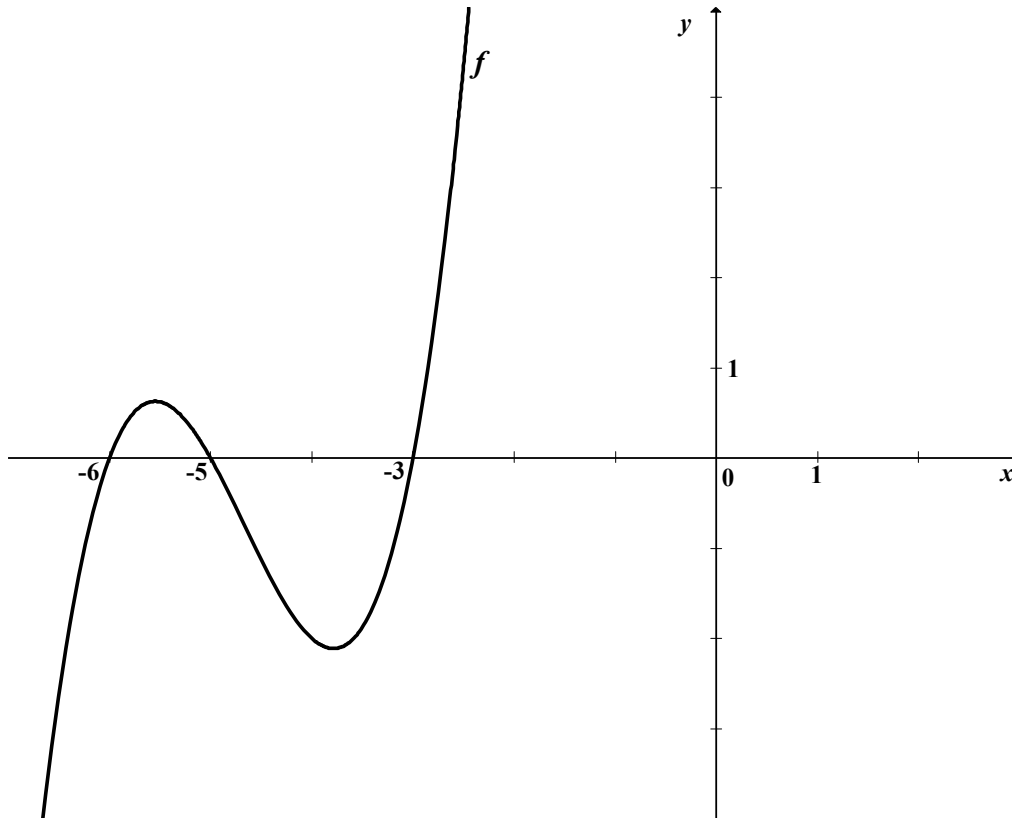
PESEL ZDAJĄCEGO

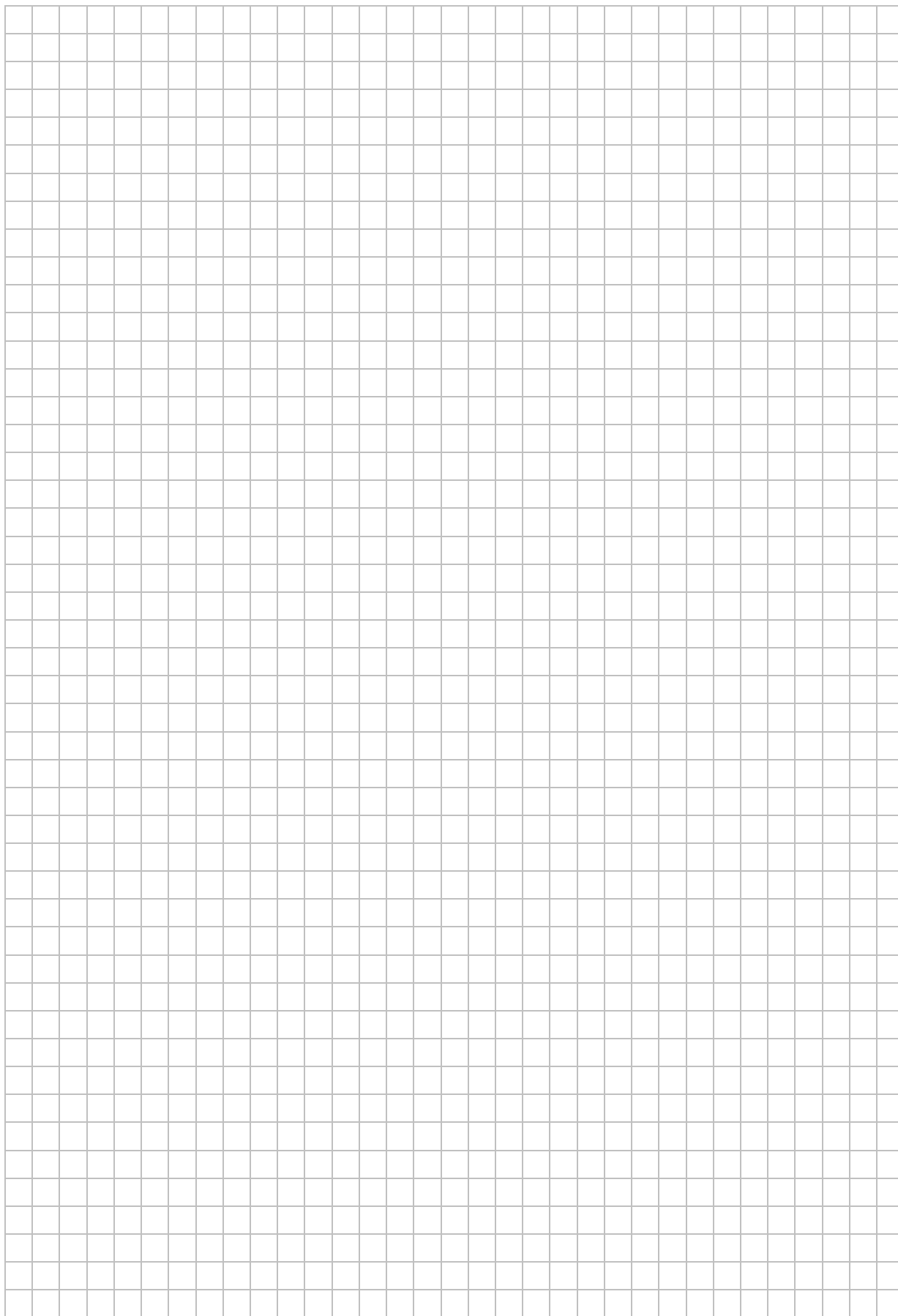
| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

**KOD
ZDAJĄCEGO**

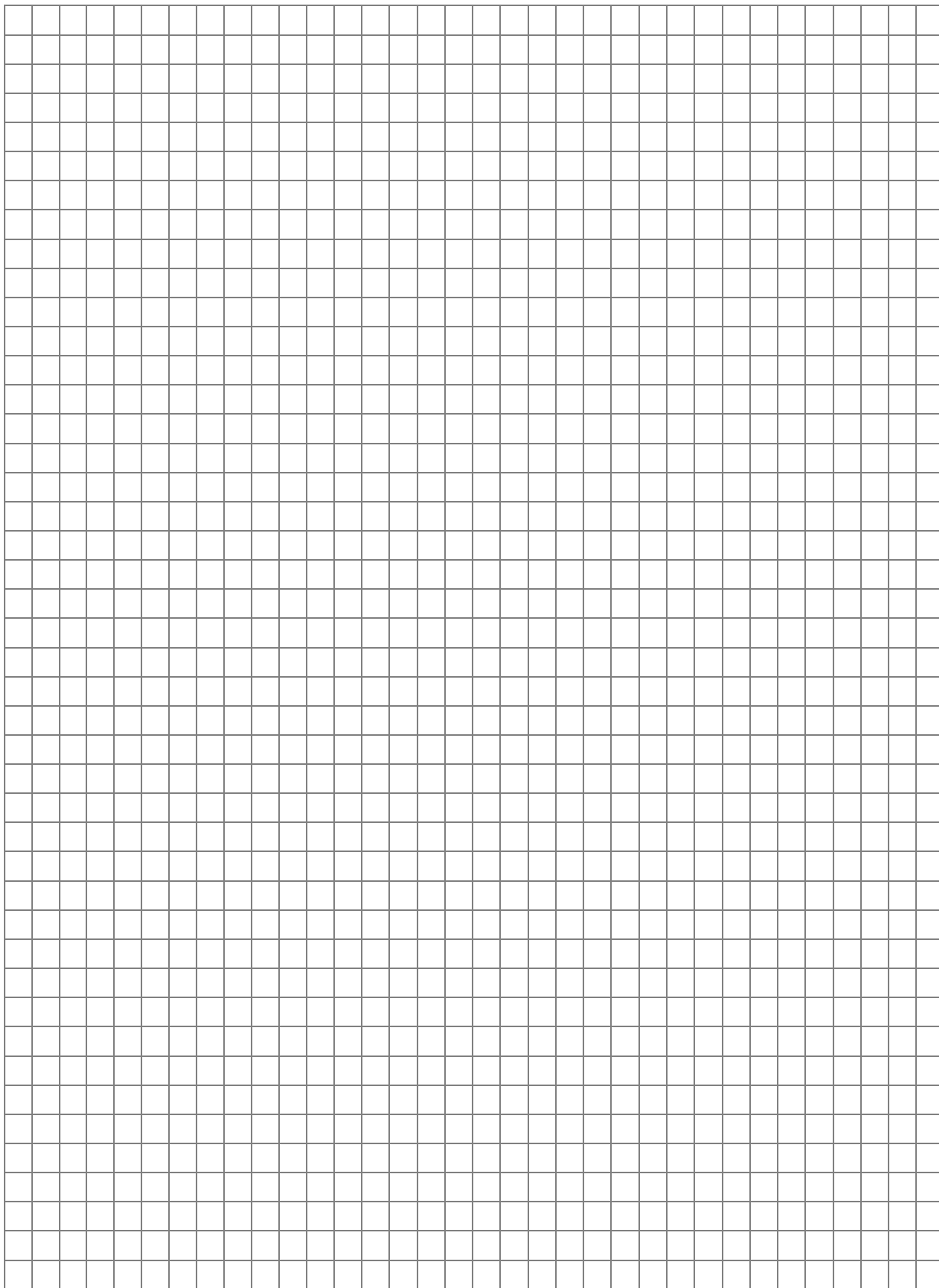
Zadanie 1. (4 pkt)

Wielomian f , którego fragment wykresu przedstawiono na poniższym rysunku spełnia warunek $f(0) = 90$. Wielomian g dany jest wzorem $g(x) = x^3 - 14x^2 + 63x - 90$. Wykaż, że $g(x) = -f(-x)$ dla $x \in \mathbb{R}$.





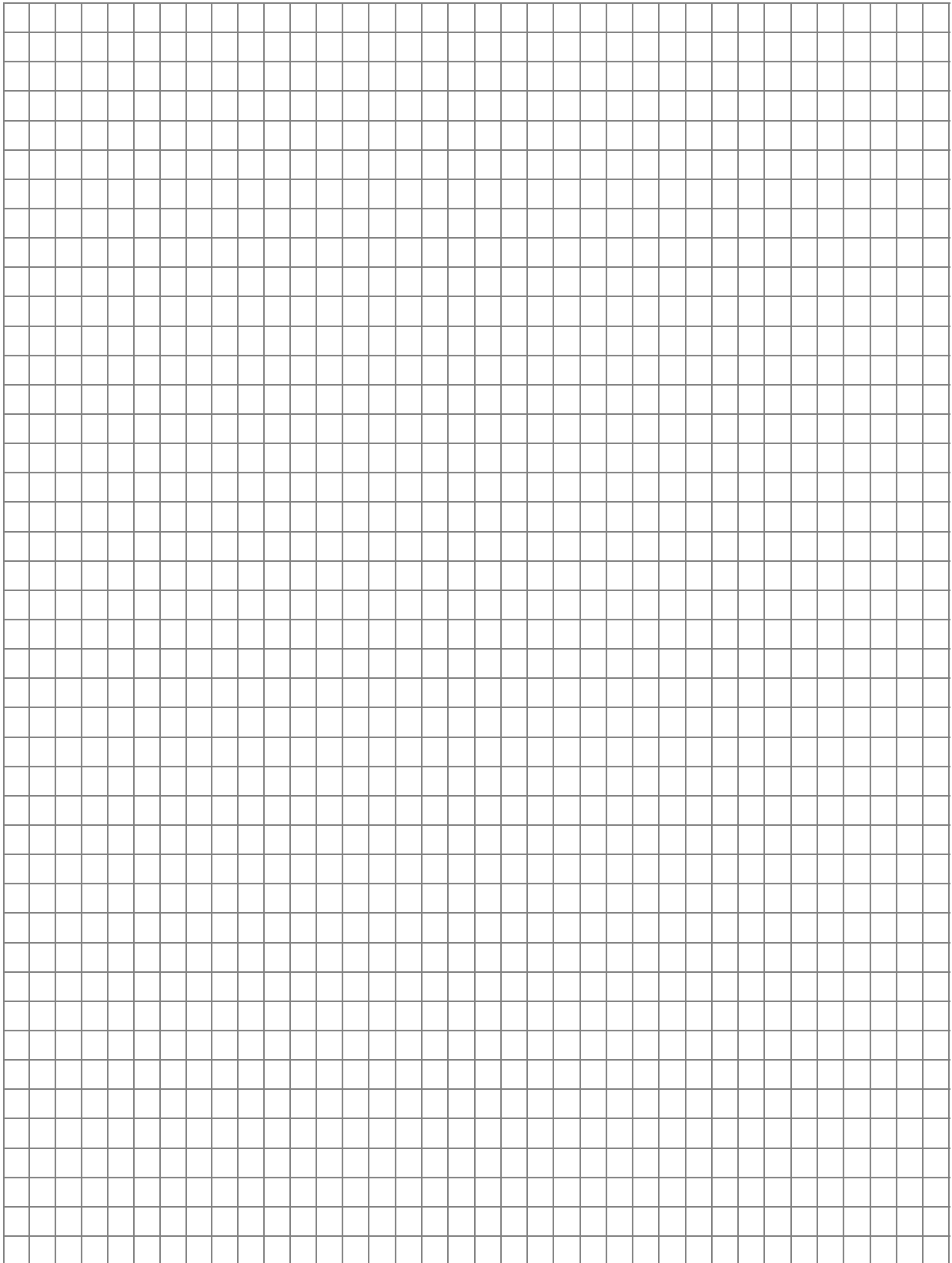
| | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------|------------|------------|------------|------------|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | |

Zadanie 2. (4 pkt)Rozwiąż nierówność $|x-2|+|3x-6|<|x|$.

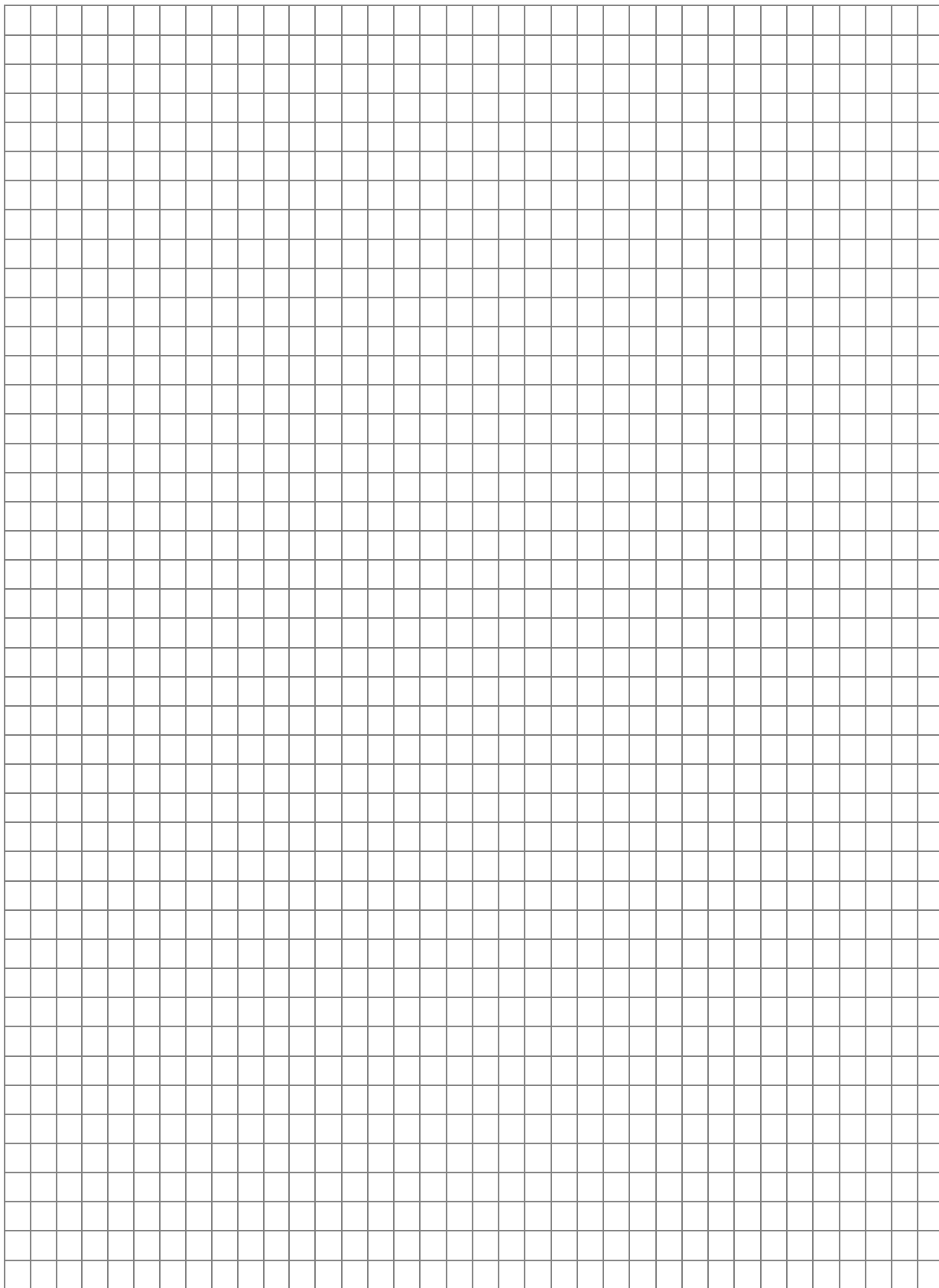
| | | | | | |
|--------------------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.4 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | |

Zadanie 3. (5 pkt)

Liczby $x_1 = 5 + \sqrt{23}$ i $x_2 = 5 - \sqrt{23}$ są rozwiązaniami równania $x^2 - (p^2 + q^2)x + (p + q) = 0$ z niewiadomą x . Oblicz wartości p i q .



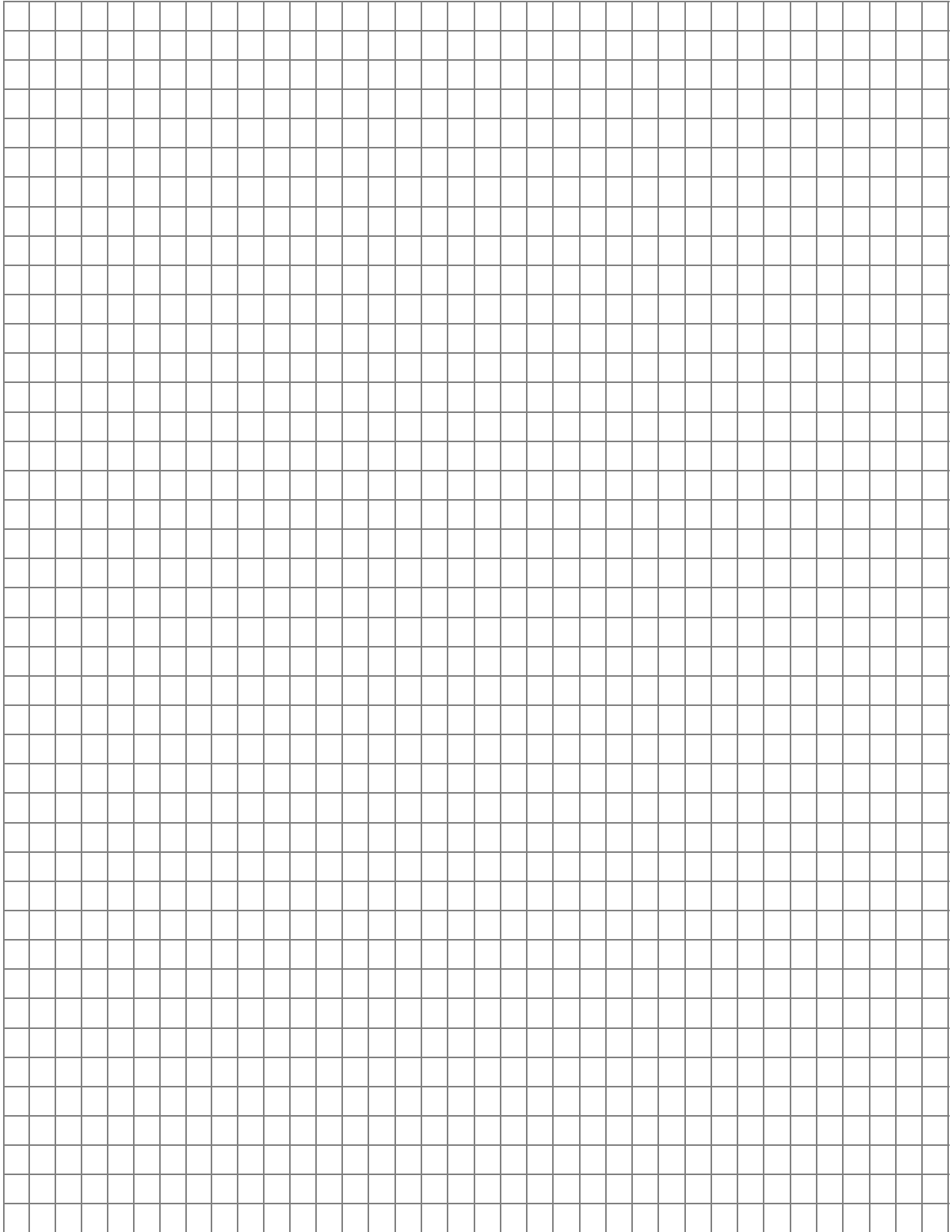
| | | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 3.1 | 3.2 | 3.3 | 3.4 | 3.5 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | | |

Zadanie 4. (4 pkt)Rozwiąż równanie $4\cos^2 x = 4\sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

| | | | | | |
|--------------------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 4.1 | 4.2 | 4.3 | 4.4 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | |

Zadanie 5. (5 pkt)

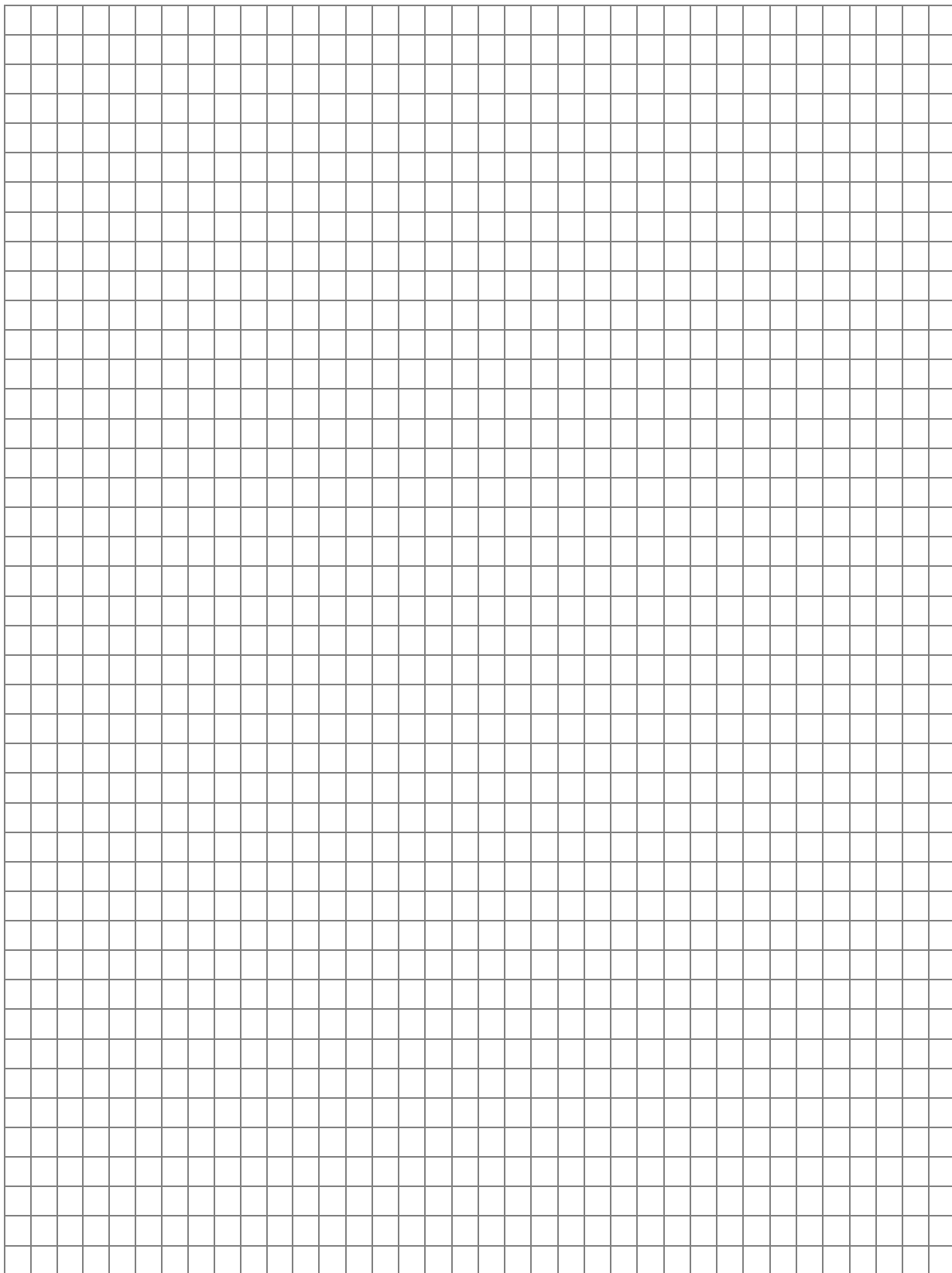
Dane jest równanie $\left| \frac{2}{x} + 3 \right| = p$ z niewiadomą x . Wyznacz liczbę rozwiązań tego równania w zależności od parametru p .



| | | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 5.1 | 5.2 | 5.3 | 5.4 | 5.5 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | | |

Zadanie 6. (3 pkt)

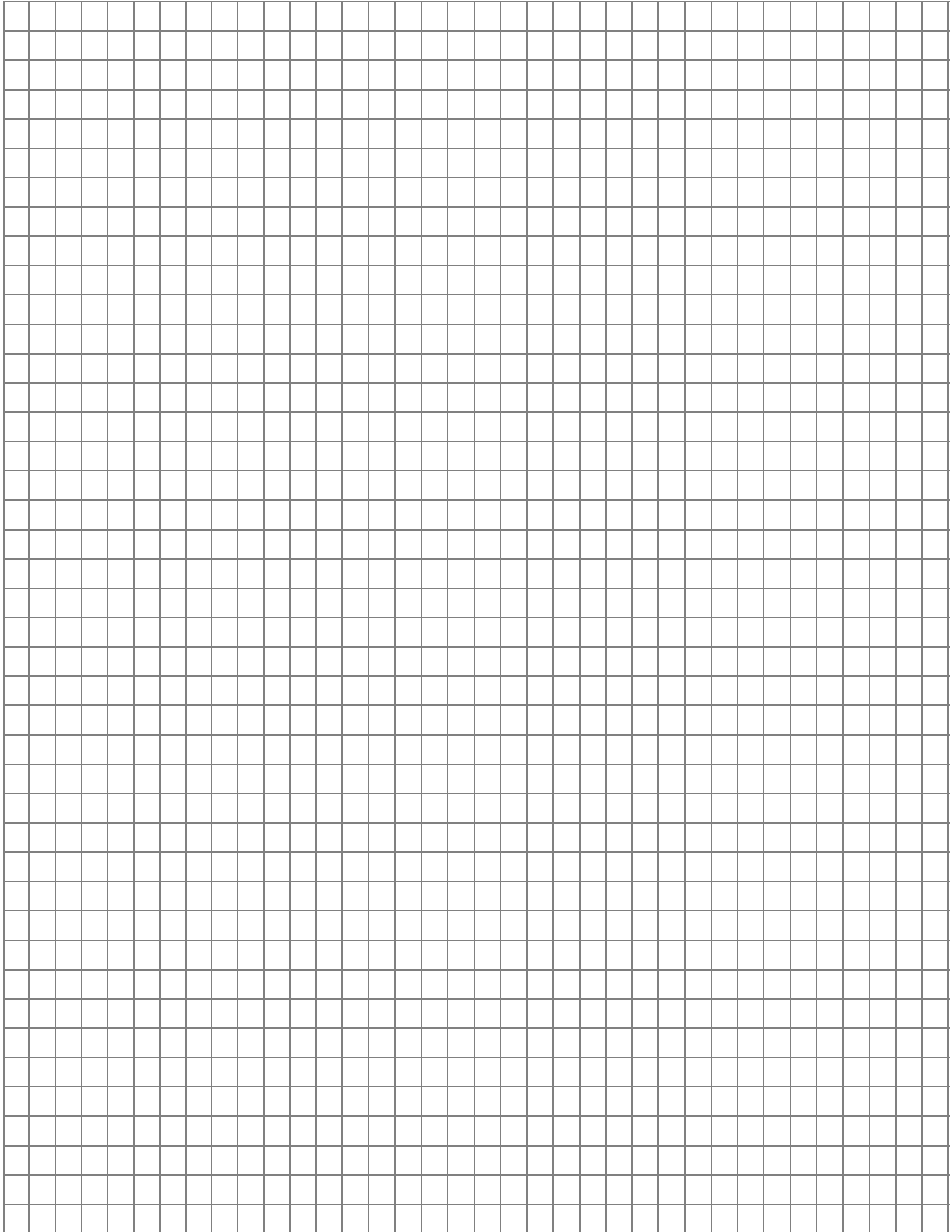
Udowodnij, że jeżeli ciąg (a, b, c) jest jednocześnie arytmetyczny i geometryczny, to $a = b = c$.



| | | | | |
|--------------------------|---------------------|-----|-----|-----|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 6.1 | 6.2 | 6.3 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | |

Zadanie 7. (4 pkt)

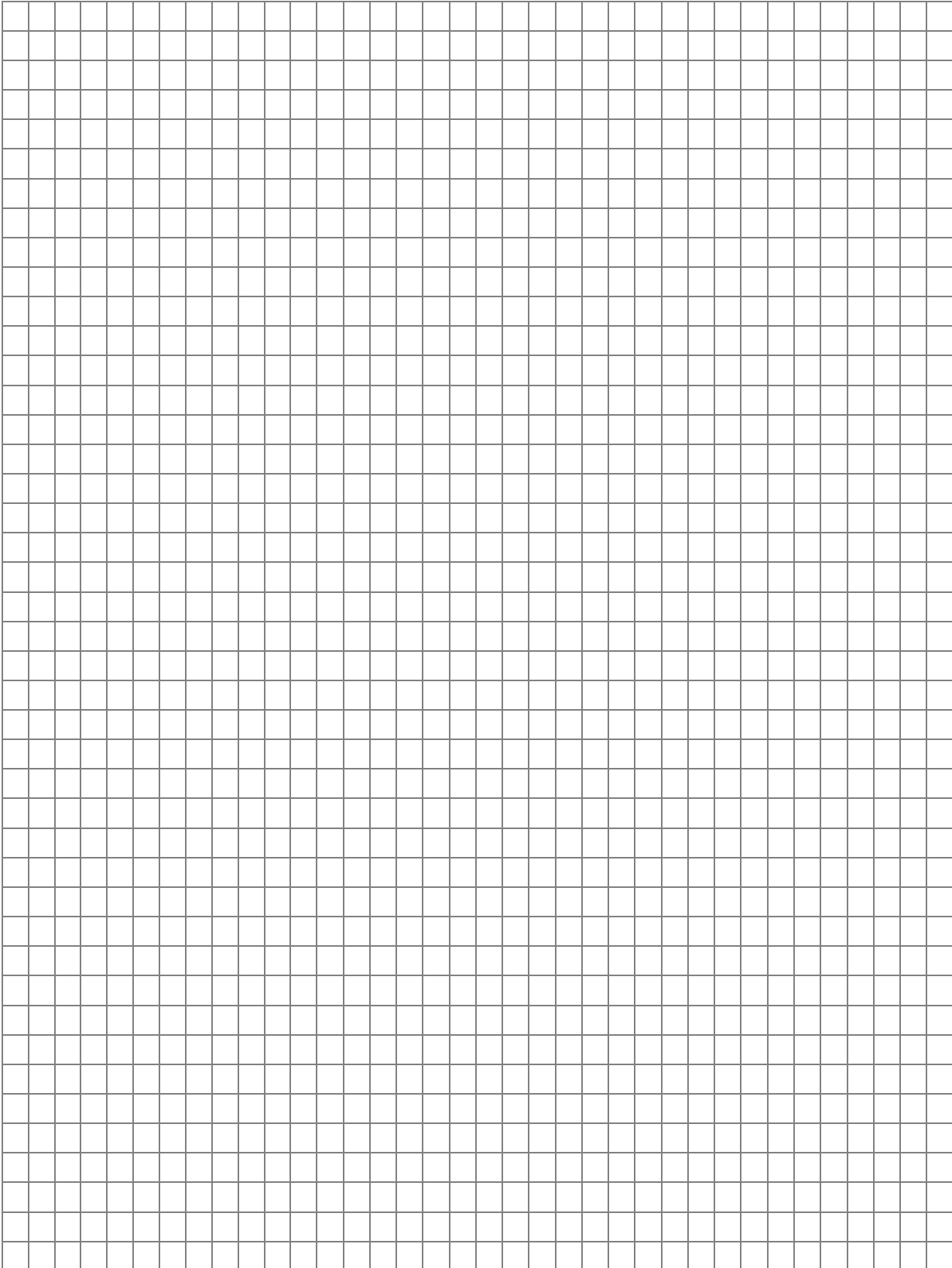
Uzasadnij, że każdy punkt paraboli o równaniu $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ jest równoodległy od osi Ox i od punktu $F = (0, 2)$.

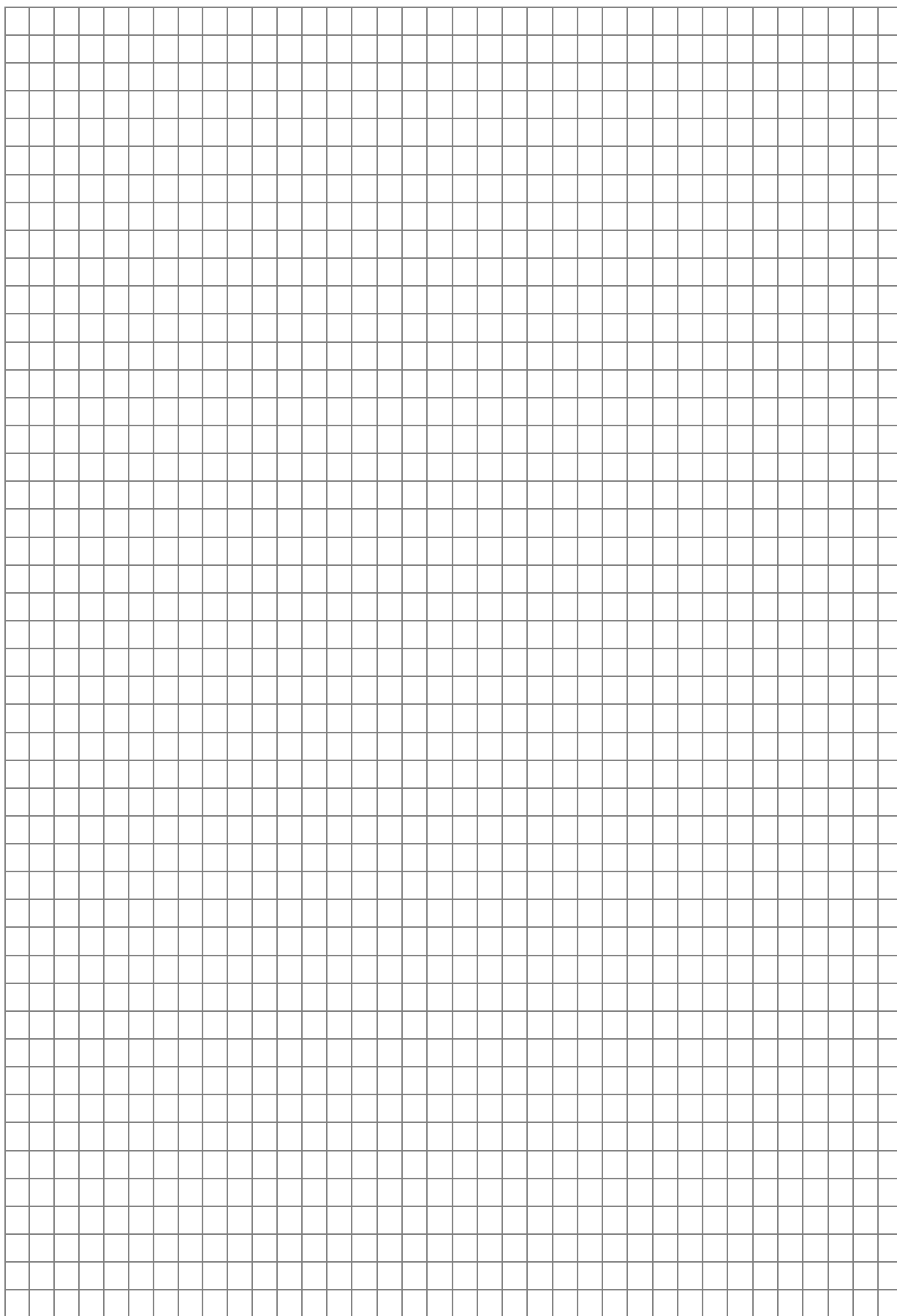


| | | | | | |
|--------------------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 7.1 | 7.2 | 7.3 | 7.4 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | |

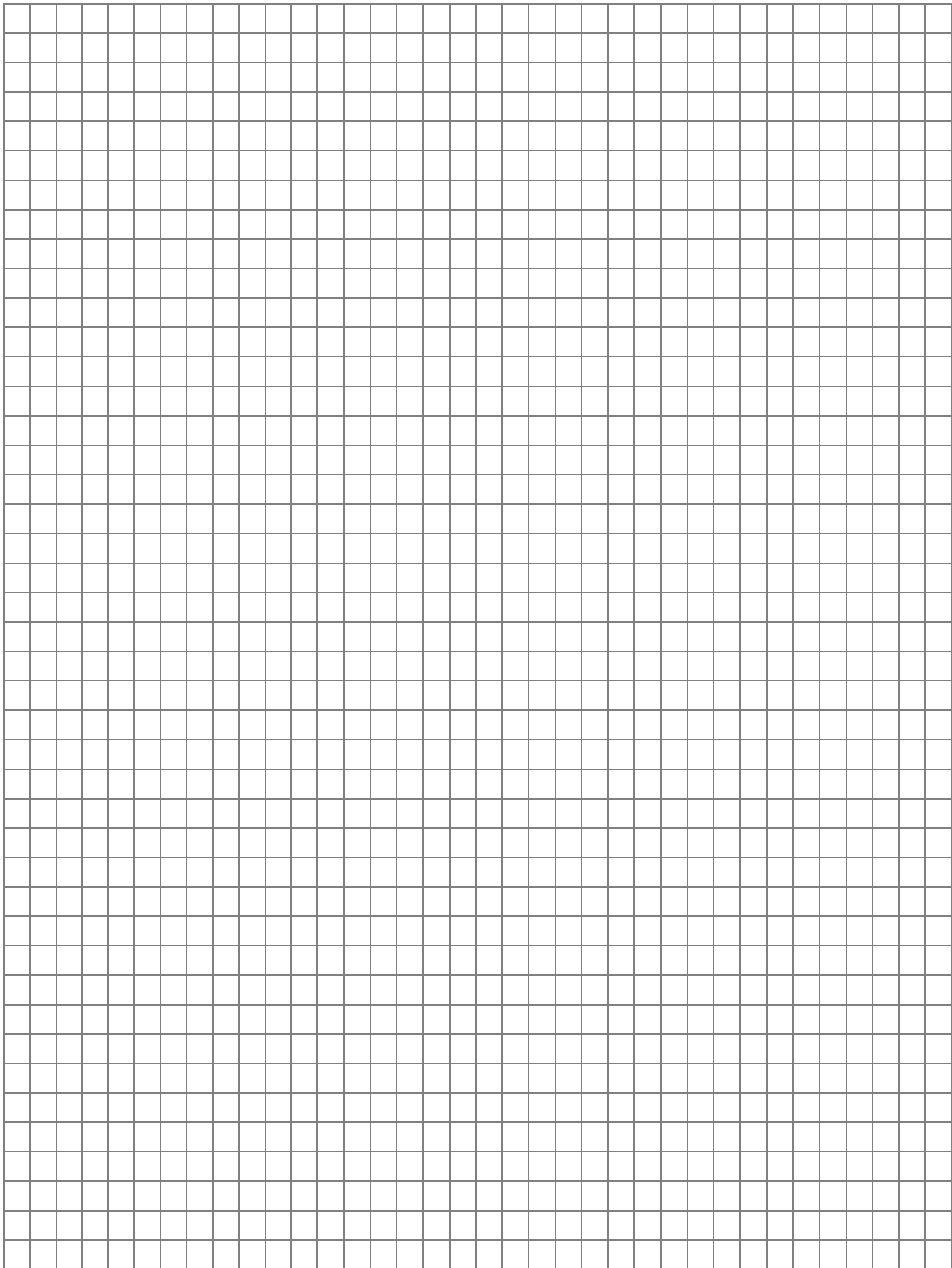
Zadanie 8. (4 pkt)

Wyznacz współrzędne środka jednokładności, w której obrazem okręgu o równaniu $(x-16)^2 + y^2 = 4$ jest okrąg o równaniu $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 16$, a skala tej jednokładności jest liczbą ujemną.





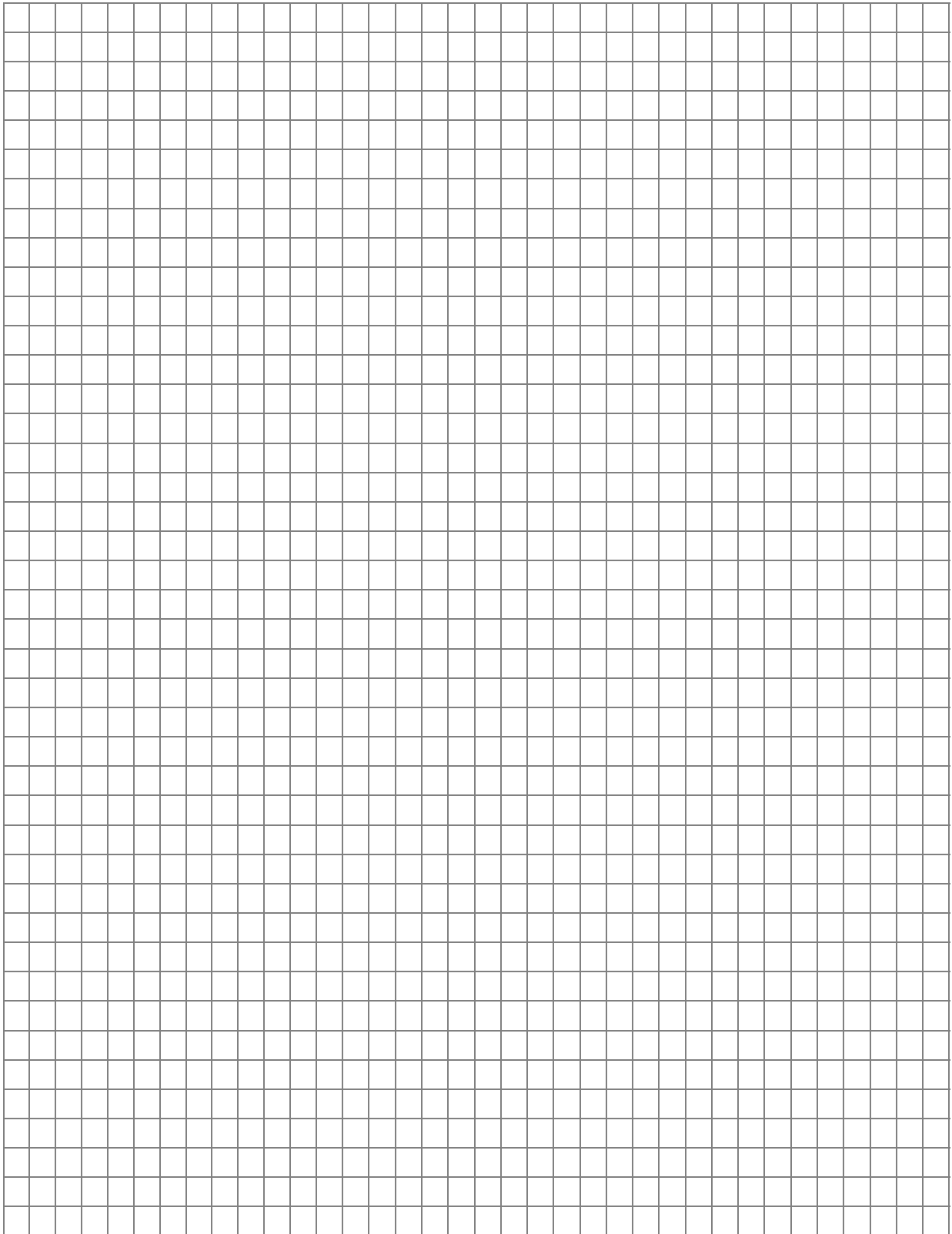
| | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------|------------|------------|------------|------------|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 8.1 | 8.2 | 8.3 | 8.4 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | |

Zadanie 9. (4 pkt)Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(8x - x^2)$.

| | | | | | |
|--------------------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 9.1 | 9.2 | 9.3 | 9.4 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | |

Zadanie 10. (4 pkt)

Z pewnej grupy osób, w której jest dwa razy więcej mężczyzn niż kobiet, wybrano losowo dwuosobową delegację. Prawdopodobieństwo tego, że w delegacji znajdują się tylko kobiety jest równe $0,1$. Oblicz, ile kobiet i ilu mężczyzn jest w tej grupie.

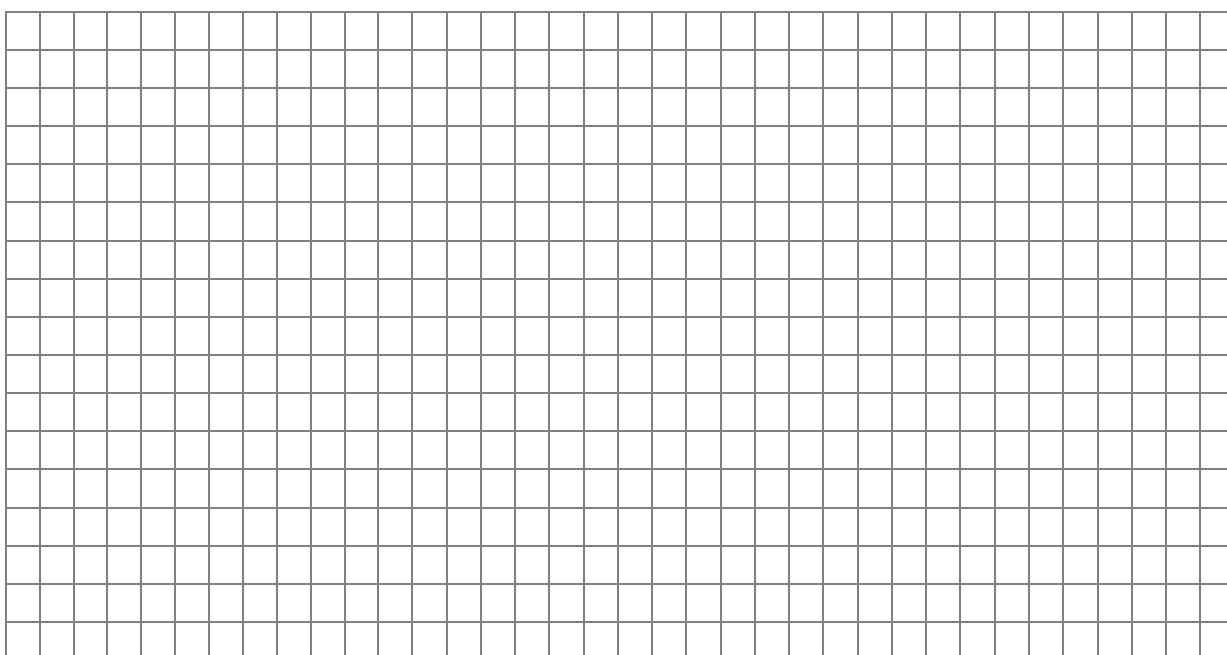
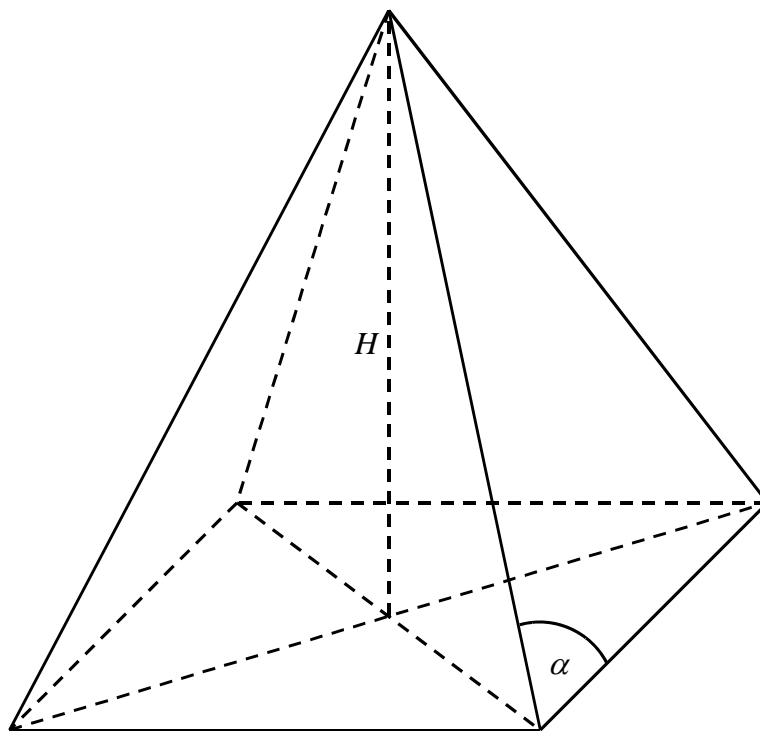


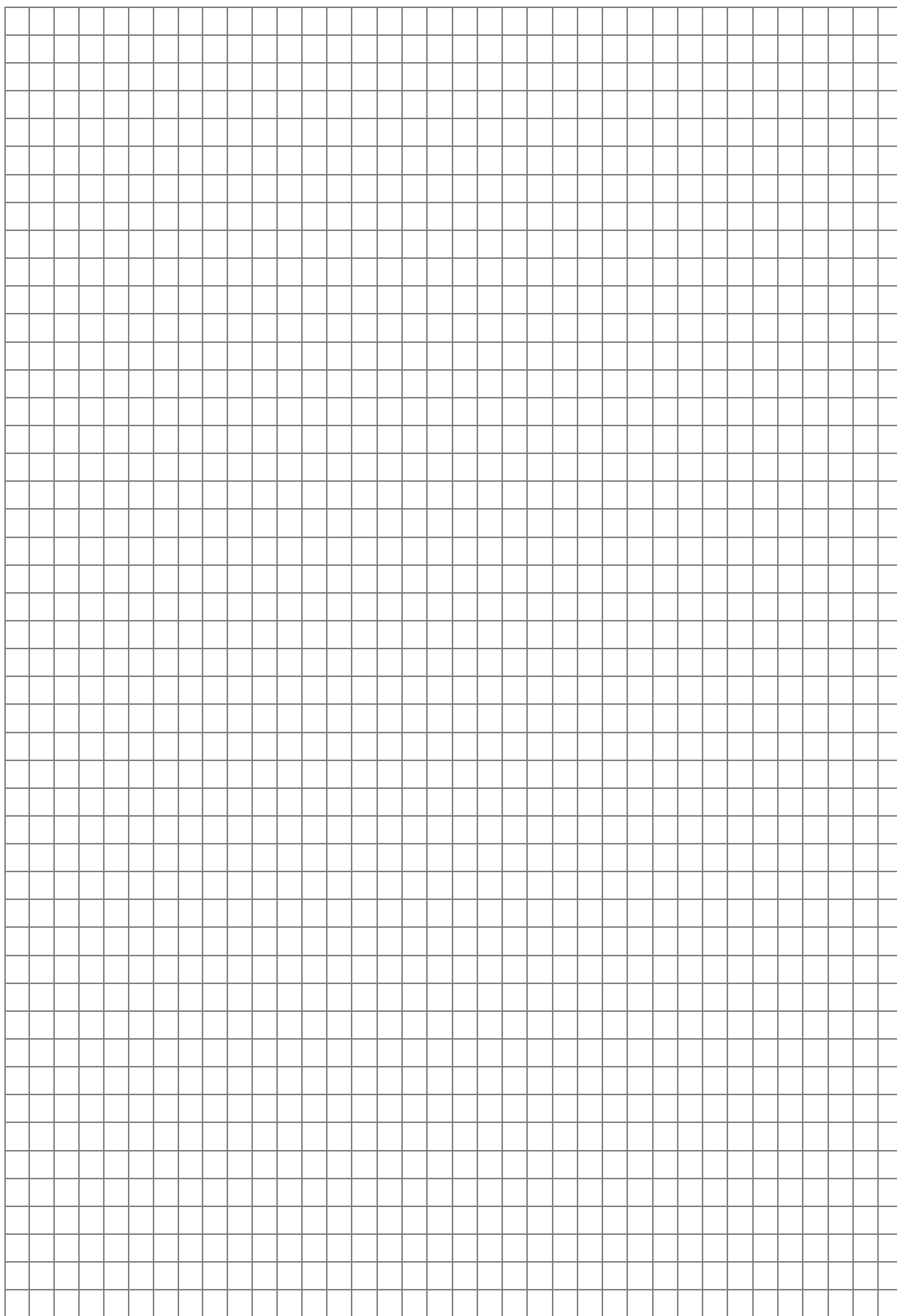
| | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 10.1 | 10.2 | 10.3 | 10.4 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | |

Zadanie 11. (5 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym dane są: H – wysokość ostrosłupa oraz α – miara kąta utworzonego przez krawędź boczną i krawędź podstawy ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$).

- a) Wykaż, że objętość V tego ostrosłupa jest równa $\frac{4}{3} \cdot \frac{H^3}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}$.
- b) Oblicz miarę kąta α , dla której objętość V danego ostrosłupa jest równa $\frac{2}{9} H^3$. Wynik podaj w zaokrągleniu do całkowitej liczby stopni.

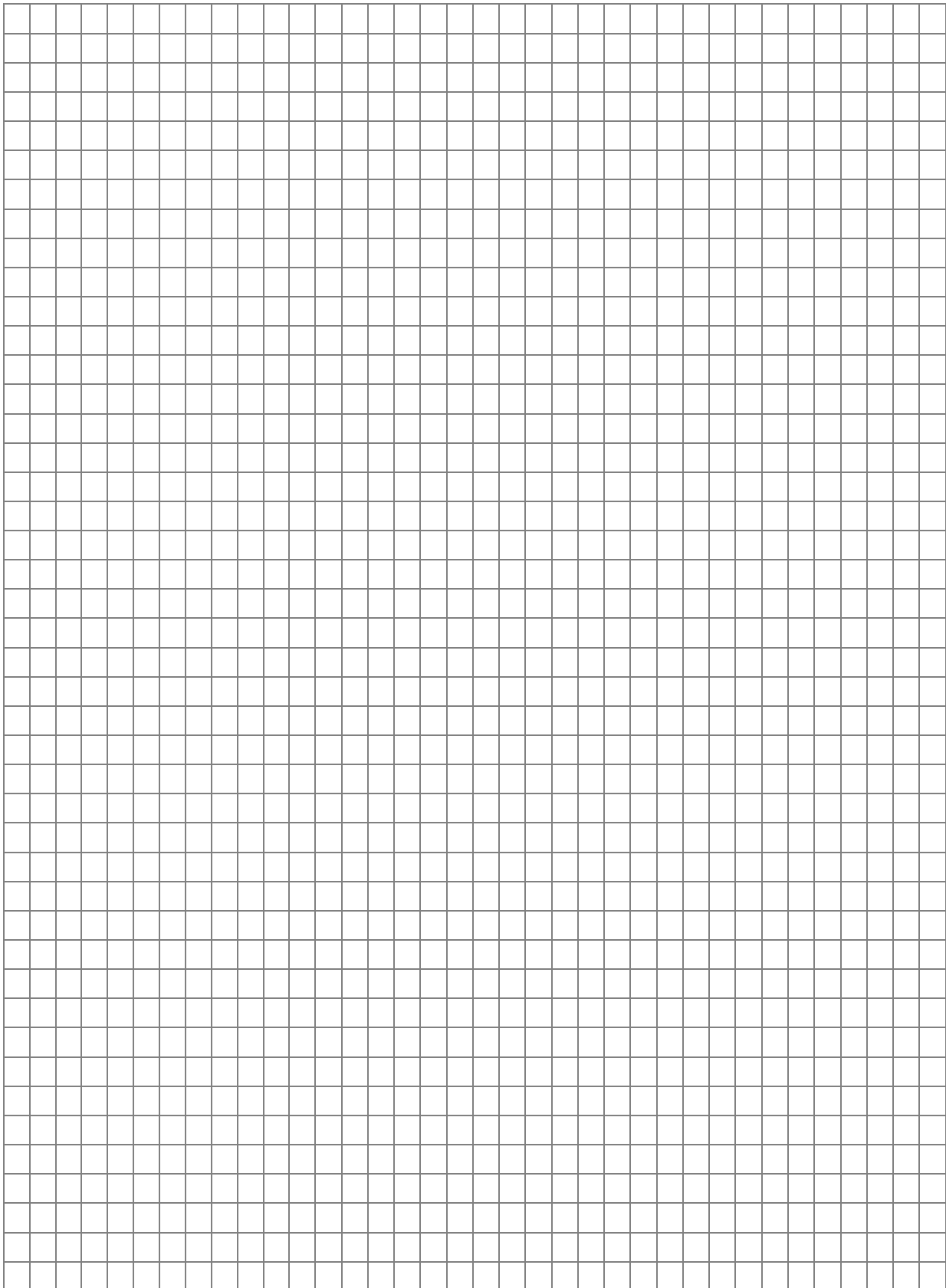


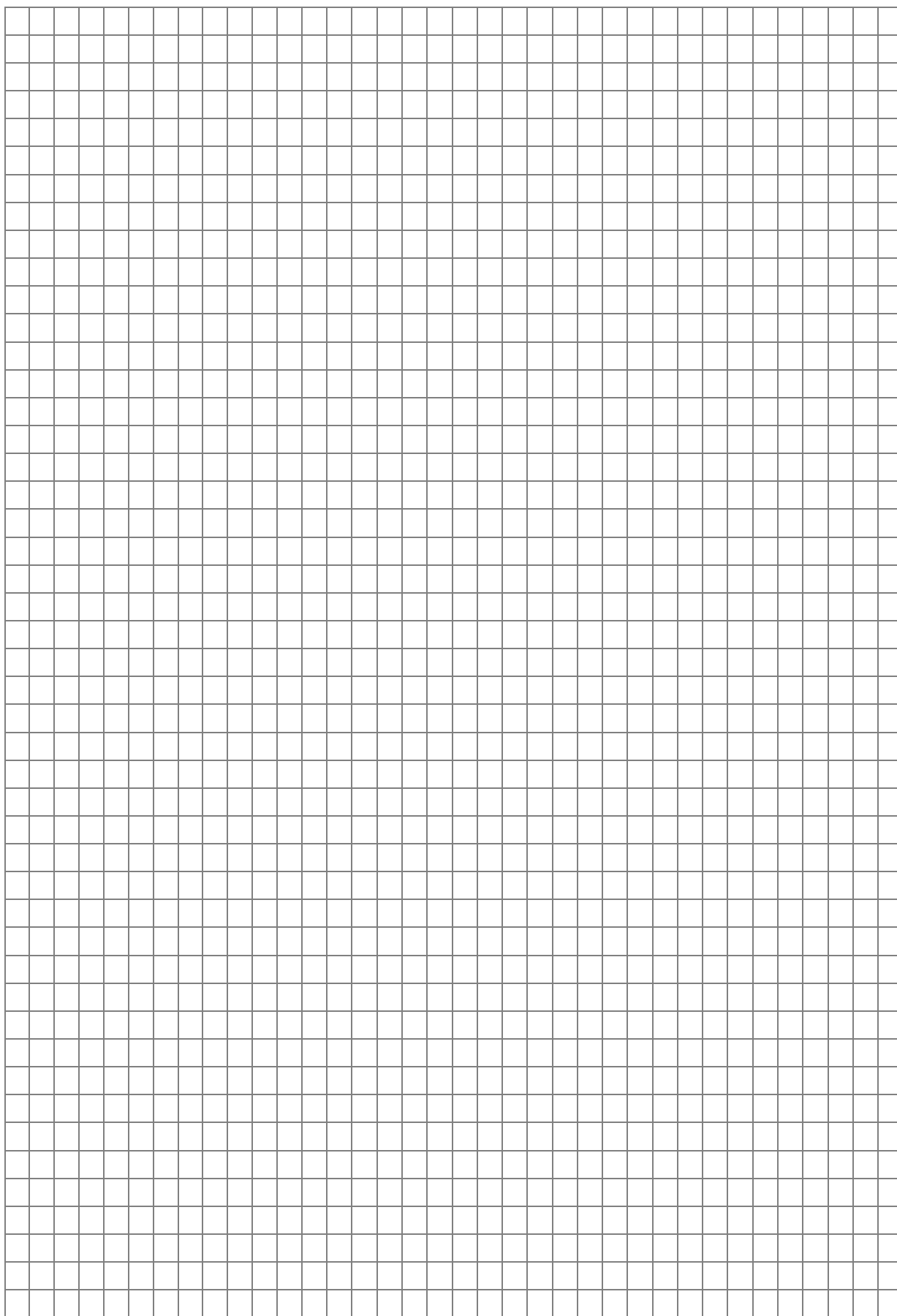


| | | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 11.1 | 11.2 | 11.3 | 11.4 | 11.5 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | | |

Zadanie 12. (4 pkt)

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD .





| | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Wypełnia egzaminator! | Nr zadania | 12.1 | 12.2 | 12.3 | 12.4 |
| | Maks. liczba pkt | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Uzyskana liczba pkt | | | | |

BRUDNOPIS