

Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły

dysleksja

MFA-R1\_1P-072

# EGZAMIN MATURALNY Z FIZYKI I ASTRONOMII

## POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–5). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku oraz pamiętaj o jednostkach.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z karty wybranych wzorów i stałych fizycznych, linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj  pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.

*Życzymy powodzenia!*

MAJ  
ROK 2007



Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
60 punktów

Wypełnia zdający przed  
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

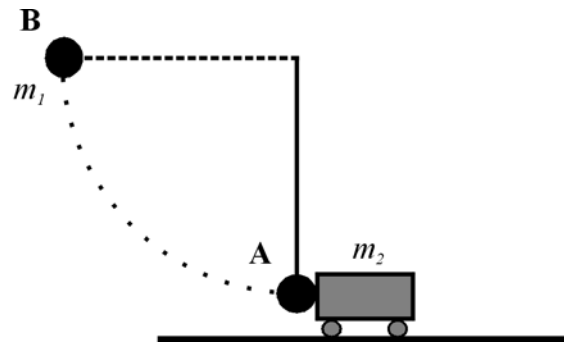
PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

KOD  
ZDAJĄCEGO

**Zadanie 1. Kulka i wózek (12 pkt)**

Stalowa kulka o masie 1 kg, wisząca na nici o długości 1,8 m została odchylona od pionu o kąt  $90^\circ$  wzdłuż łuku **AB**, a następnie zwolniona (rys.). Po zwolnieniu uderzyła w spoczywający stalowy wózek, który zaczął poruszać się po szynach praktycznie bez tarcia. Masa wózka wynosi 2 kg. Przyjmij, że zderzenie ciał było doskonale sprężyste.

**1.1 (2 pkt)**

Oblicz pracę, jaką trzeba wykonać powoli odchylając pionowo wiszącą kulkę z położenia **A** do położenia **B**.

$$\left. \begin{array}{l} W = \Delta E_p \\ \Delta E_p = m_1 g h \end{array} \right\} \Rightarrow W = m_1 g h$$

$$W = m_1 g h = 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,8 \text{ m}; \quad W = 18 \text{ J}$$

**1.2 (2 pkt)**

Wykaż, że wartość prędkości kulki w chwili uderzenia w wózek wynosi 6 m/s.

$$m_1 g l = \frac{m_1 v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gl} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,8 \text{ m}}; \quad v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**1.3 (2 pkt)**

Oblicz wartość siły naciągu nici w momencie gdy kulka uderza w wózek. Przyjmij, że wartość prędkości kulki podczas uderzenia w wózek wynosi 6 m/s.

$$F_n = Q + F_o$$

$$F_n = m_1 g + \frac{m_1 v^2}{l}$$

$$F_n = m_1 \left( g + \frac{v^2}{l} \right) = 1 \text{ kg} \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + \frac{\left( 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{1,8 \text{ m}} \right); \quad F_n = 30 \text{ N}$$

Wartości prędkości ciał po zderzeniu można obliczyć, stosując wzory:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2 m_2}{m_1 + m_2} u_2 \quad \text{oraz} \quad v_2 = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2$$

gdzie wartości prędkości dla obu ciał oznaczono odpowiednio:

$u_1$  – dla kulki przed zderzeniem,  $v_1$  – dla kulki po zderzeniu,  
 $u_2$  – dla wózka przed zderzeniem,  $v_2$  – dla wózka po zderzeniu.

#### 1.4 (2 pkt)

Zapisz, korzystając z przyjętych powyżej oznaczeń, równania wynikające z zasad zachowania, które powinny być zastosowane do opisu zderzenia kulki z wózkiem (nozwalaiaace wvnrrowadzić nowvższe zależności).

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

---


$$\frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

#### 1.5 (2 pkt)

Oblicz wartości prędkości, jakie uzyskają wózek i kulka w wyniku zderzenia. Wykorzystaj wzory podane w treści zadania. Przyjmij, że kulka uderza w wózek z prędkością o wartości 6 m/s.

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + 0 ; v_1 = \frac{1 \text{ kg} - 2 \text{ kg}}{1 \text{ kg} + 2 \text{ kg}} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; v_1 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left( \text{lub } v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

---


$$v_2 = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} u_1 + 0 ; v_2 = \frac{2 \text{ kg}}{1 \text{ kg} + 2 \text{ kg}} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>1.1</b>	<b>1.2</b>	<b>1.3</b>	<b>1.4</b>	<b>1.5</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	2	2	2	2	2
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>					

**1.6 (2 pkt)**

Wózek po uderzeniu kulki odjeżdża, natomiast kulka zaczyna poruszać się ruchem drgającym, w którym nić podczas maksymalnego wychylenia tworzy z pionem kąt  $27^\circ$ . Podaj, czy w opisanej sytuacji można **dokładnie** obliczyć okres wahań takiego wahadła korzystając

z zależności  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ . Odpowiedź uzasadnij.

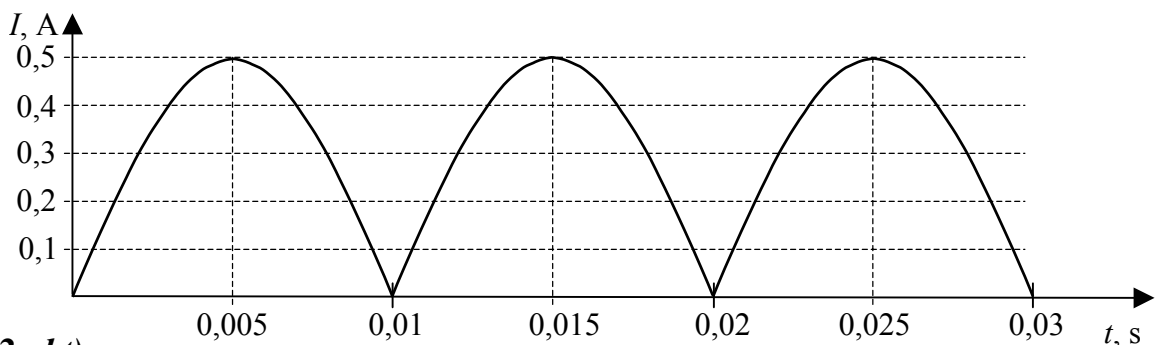
*W opisanej sytuacji nie można dokładnie obliczyć okres wahań takiego wahadła.*

*Zależność  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  pozwala na dokładne obliczenie okresu wahań wahadła, tylko dla małych wychyleń (nie przekraczających kilku stopni).*

**Zadanie 2. Prąd zmienny (12 pkt)**

Do źródła prądu przemiennego poprzez **układ prostowniczy** dołączono żarówkę, w której zastosowano włókno wolframowe. Opór żarówki podczas jej świecenia wynosił  $100\ \Omega$ .

Na wykresie poniżej przedstawiono zależność natężenia prądu elektrycznego płynącego przez żarówkę od czasu.

**2.1 (2 pkt)**

Podaj, jaką wartość oporu (większą, czy mniejszą niż  $100\ \Omega$ ) miało włókno żarówki przed dołączeniem jej do źródła prądu. Odpowiedź uzasadnij.

*Wartość oporu przed dołączeniem żarówki do źródła prądu była mniejsza niż  $100\ \Omega$ .*

*Włókno żarówki wykonane jest z metalu, a opór elektryczny metali rośnie wraz ze wzrostem temperatury.*

**2.2 (2 pkt)**

Określ, analizując wykres, częstotliwość zmian napięcia źródła prądu przemiennego zasilającego układ prostowniczy.

*Z wykresu można odczytać, że okres zmian napięcia źródła prądu przemiennego zasilającego układ prostowniczy wynosi  $T = 0,02\ s$*

$$f = \frac{1}{T}; \quad f = \frac{1}{0,02\text{s}}; \quad f = 50\text{Hz}$$

**2.3 (2 pkt)**

Oblicz wartość ładunku elektrycznego, jaki przepłynął przez żarówkę w czasie 0,02 s.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = I \Delta t$$

$$\Delta Q = I_{sr} \Delta t$$

z wykresu  $I_{sr}$  jest równe w przybliżeniu 0,35 A, zatem

$$\Delta Q = 0,35 \text{ A} \cdot 0,02 \text{ s}; \quad \Delta Q \approx 7 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

Dopuszcza się oszacowanie pola powierzchni pod wykresem  $I(t)$

**2.4 (4 pkt)**

Naszkicuj wykres ilustrujący zależność napięcia na żarówce od czasu. Na wykresie zaznacz odpowiednie wartości. Wykres sporządź dla przedziału czasu [0 s – 0,03 s]. Dokonaj niezbędnych obliczeń. Indukcyjność obwodu pomini.

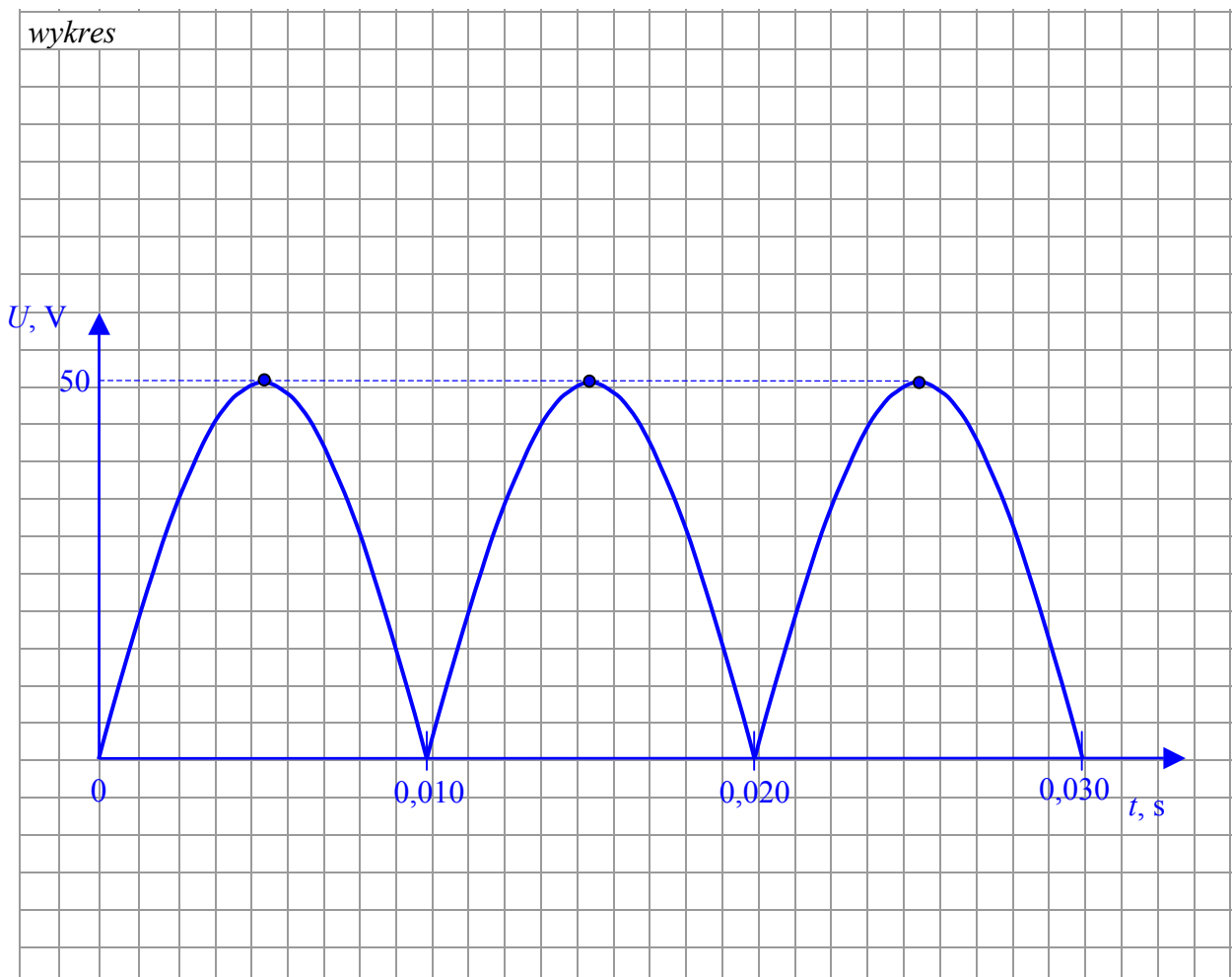
obliczenia

$$U_{\max} = I_{\max} \cdot R$$

$$U_{\max} = 0,5 \text{ A} \cdot 100 \Omega$$

$$U_{\max} = 50 \text{ V}$$

wykres

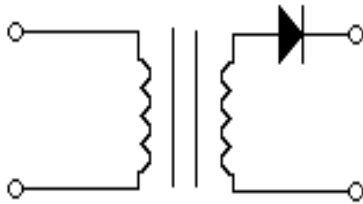


Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	1.6	2.1	2.2	2.3	2.4
	Maks. liczba pkt	2	2	2	2	4
	Uzyskana liczba pkt					

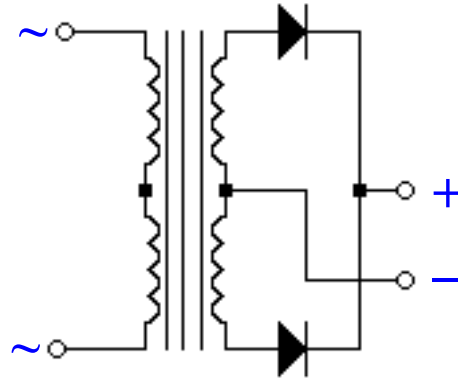
**2.5 (2 pkt)**

Na rysunkach poniżej przedstawiono schematy dwóch układów zasilających, w których zastosowano diody prostownicze.

Wskaż, który z układów **A** czy **B** zastosowano w sytuacji opisanej w zadaniu. Oznacz na wybranym przez Ciebie układzie znakami + , - oraz ~ prawidłową biegunowość czterech zacisków układu zasilającego.



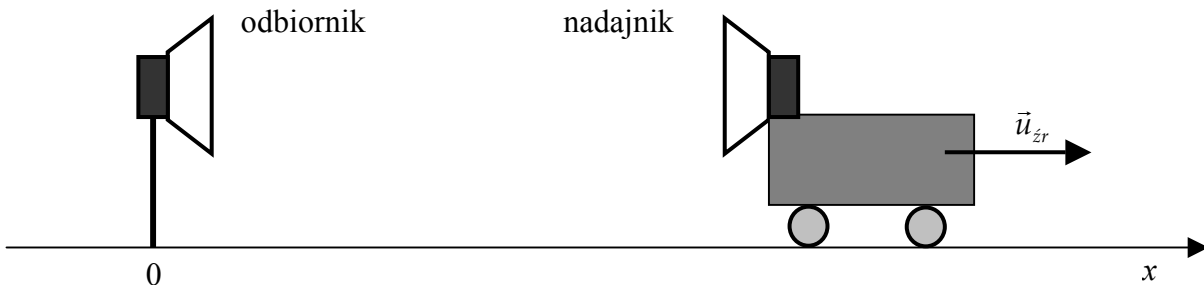
Układ A



Układ B

**Zadanie 3. Wózek (12 pkt)**

Wózek z nadajnikiem fal ultradźwiękowych, spoczywający w chwili  $t = 0$ , zaczyna oddalać się od nieruchomego odbiornika ruchem jednostajnie przyspieszonym.

**3.1 (2 pkt)**

Napisz, jakim ruchem i w którą stronę powinien poruszać się nieinercyjny układ odniesienia, aby opisywany w tym układzie wózek pozostawał w spoczynku.

*Nieinercyjny układ odniesienia powinien poruszać się ruchem jednostajnie przyspieszonym.*

*Układ odniesienia powinien poruszać się w prawo.*

### 3.2 (3 pkt)

W tabeli przedstawiono wyniki pomiarów częstotliwości odbieranej przez odbiornik, położenia oraz wartości prędkości dla poruszającego się wózka, dokonanych za pomocą automatycznego układu pomiarowego. Przyjmij, że wartość prędkości ultradźwięków w powietrzu wynosi 330 m/s.

$f$ , Hz	1 000 000	998 789	997 582	996 377	995 175	993 976
$x$ , m	0	0,1	0,4	0,9	1,6	2,5
$u_{\dot{z}r}$ , m/s	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0

Uzupełnij tabelę, wykonując niezbędne obliczenia.

$$f = f_{\dot{z}r} \frac{v}{v + u_{\dot{z}r}} \quad \text{gdzie } f_{\dot{z}r} = 1 \text{ MHz}$$

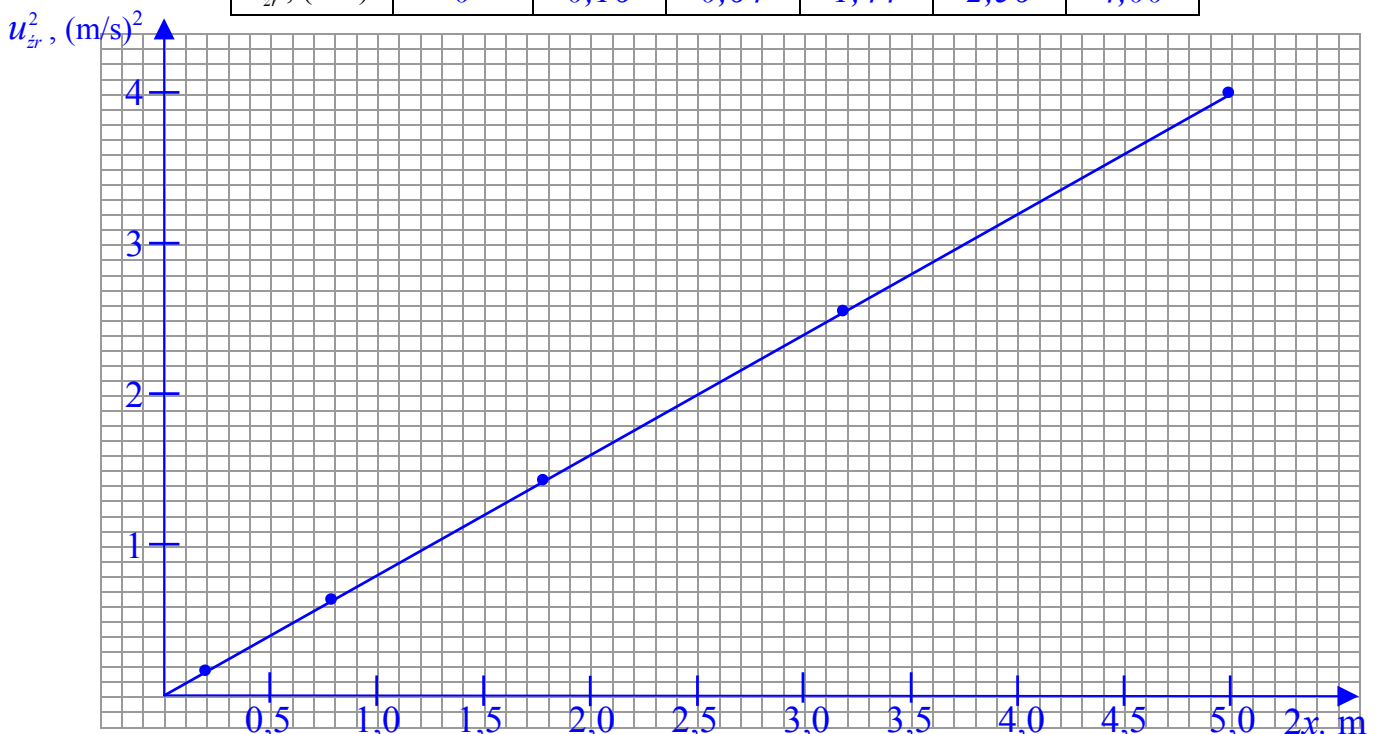
$$u_{\dot{z}r} = \frac{v(f_{\dot{z}r} - f)}{f}$$

$$u_{\dot{z}r} = \frac{330 \frac{\text{m}}{\text{s}} (1000000 \text{ Hz} - 995175 \text{ Hz})}{1000000 \text{ Hz}}; \quad u_{\dot{z}r} \approx 1,59 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.3 (3 pkt)

Narysuj wykres zależności  $u_{\dot{z}r}^2$  od  $2x$ , obliczając i uzupełniając brakujące wartości w tabeli.

$f$ , Hz	1 000 000	998 789	997 582	996 377	995 175	993 976
$x$ , m	0	0,1	0,4	0,9	1,6	2,5
$2x$ , m	0	0,2	0,8	1,8	3,2	5
$u_{\dot{z}r}$ , m/s	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0
$u_{\dot{z}r}^2$ , (m/s) <sup>2</sup>	0	0,16	0,64	1,44	2,56	4,00



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	2.5	3.1	3.2	3.3
	Maks. liczba pkt	2	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt				

**3.4 (2 pkt)**

Wyprowadź zależność matematyczną pozwalającą obliczyć wartość przyspieszenia wózka. Przyjmij, że dane są **tylko** położenie  $x$  i prędkość  $u_{\dot{z}r}$  wózka.

$$x = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2x}{t^2}$$

---

$$u_{\dot{z}r} = at \Rightarrow t = \frac{u_{\dot{z}r}}{a}$$

$$a = \frac{2x}{\left(\frac{u_{\dot{z}r}}{a}\right)^2}$$

$$a = \frac{2xa^2}{u_{\dot{z}r}^2}$$

$$2xa = u_{\dot{z}r}^2$$

$$a = \frac{u_{\dot{z}r}^2}{2x}$$

**3.5 (2 pkt)**

Oblicz wartość przyspieszenia wózka.

$$a = \frac{u_{\dot{z}r}^2}{2x}$$

Z wykresu można odczytać, że dla  $2x = 5 \text{ m}$   $u_{\dot{z}r}^2 = 4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

---

$$a = \frac{4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{5 \text{ m}}$$

$$a = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



### Zadanie 4. Reakcje rozszczepienia (12 pkt)

Spośród pierwiastków występujących naturalnie w Ziemi największą liczbę atomową ma uran. W uranie naturalnym występują głównie dwa izotopy  $^{235}\text{U}$  i  $^{238}\text{U}$ . W wyniku rozpadów promieniotwórczych uran  $^{238}\text{U}$  przechodzi w tor  $^{234}\text{Th}$ , a następnie w proaktywny  $^{234}\text{Pa}$ .

#### 4.1 (2 pkt)

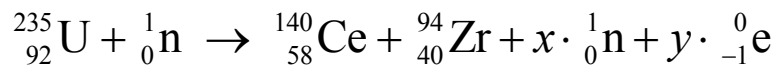
Uzupełnij zapisy poniższych reakcji jądrowych.



*Dopuszcza się w zapisie reakcji pominięcie antyneutrino*

Rozszczepienie jądra uranu  $^{235}_{92}\text{U}$  można spowodować bombardując jądra uranu powolnymi neutronami o energii około 1 eV. W reakcji tej uwalnia się energia około 210 MeV.

Jedną z możliwych reakcji rozszczepienia uranu  $^{235}\text{U}$  przedstawiono poniżej: Przez  $x$  i  $y$  oznaczono odpowiednio liczbę neutronów i liczbę elektronów



#### 4.2 (2 pkt)

Oblicz liczbę neutronów  $x$  oraz liczbę elektronów  $y$ , w reakcji rozszczepienia uranu  $^{235}\text{U}$ .

$$235 + 1 = 140 + 94 + x \cdot 1 + y \cdot 0$$

$$x = 236 - 234 = 2$$

$$92 + 0 = 58 + 40 + x \cdot 0 + y \cdot (-1)$$

$$y = 98 - 92 = 6$$

#### 4.3 (2 pkt)

Oblicz wartość prędkości neutronu wywołującego rozszczepienie uranu  $^{235}\text{U}$ .

$$E_{k_n} = \frac{m_n \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{k_n}}{m_n}}$$

$$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}}{1,68 \cdot 10^{-27}\text{kg}}}$$

$$v \approx 1,38 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	3.4	3.5	4.1	4.2	4.3
	Maks. liczba pkt	2	2	2	2	2
	Uzyskana liczba pkt					

**4.4 (2 pkt)**

Podaj dwa warunki, które muszą być spełnione, aby w materiale zawierającym uran  $^{235}\text{U}$  mogło dojść do reakcji łańcuchowej.

1. *Obecność wolnych (termicznych) neutronów.*.....
2. *Masa uranu równa lub większa od masy krytycznej.*.....

**4.5 (4 pkt)**

Oblicz liczbę jąder uranu  $^{235}\text{U}$ , które powinny ulec rozszczepieniu, aby uwolniona w reakcji energia wystarczyła do ogrzania 1 litra wody od temperatury  $20^\circ\text{C}$  do  $100^\circ\text{C}$ . Do obliczeń przyjmij ciepło właściwe wody równe  $4200\text{ J/kg}\cdot\text{K}$ .

$$\left. \begin{array}{l} Q = n \cdot E_{\text{poj.rozp.}} \\ Q = m \cdot c_w \cdot \Delta T \end{array} \right\} \Rightarrow n \cdot E_{\text{poj.rozp.}} = m \cdot c_w \cdot \Delta T$$

$$n = \frac{m \cdot c_w \cdot \Delta T}{E_{\text{poj.rozp.}}}$$

$$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$$

$$E_{\text{poj.rozp.}} = 210\text{MeV} = \frac{210 \cdot 10^6\text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ J}}{1\text{eV}} = 3,36 \cdot 10^{-11}\text{ J}$$

$$n = \frac{1\text{kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 80\text{K}}{3,36 \cdot 10^{-11}\text{ J}}$$

$$n = \frac{336000\text{J}}{3,36 \cdot 10^{-11}\text{J}}$$

$$n \approx 10^{16}\text{ jąder}$$

**Zadanie 5. Jądro atomowe a gwiazda neutronowa (12 pkt)****5.1 (2 pkt)**

Zapisz dwie cechy sił jądrowych.

1. *Krótkozasięgowe.*.....
2. *Niezależne od ładunku.*.....

### 5.2 (3 pkt)

Wykaż, że średnia gęstość materii jądrowej jest niezależna od liczby masowej. Wykorzystaj założenia podane poniżej.

1. Jądro atomowe można traktować jako kulę (objętość kuli  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ ).

2. Empiryczny wzór określający promień jądra atomowego ma postać

$$R = r \sqrt[3]{A}, \text{ gdzie } r = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m, zaś } A \text{ jest liczbą masową.}$$

3. Masę jądra atomu można szacować jako iloczyn liczby masowej i masy neutronu.

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ V = \frac{4}{3} \pi R^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi R^3}; \quad \rho = \frac{3m}{4\pi R^3},$$

$$m = Am_n \text{ gdzie } m_n - \text{masa neutronu}$$

$$\rho = \frac{3Am_n}{4\pi R^3}$$

$$\rho = \frac{3Am_n}{4\pi (r\sqrt[3]{A})^3}$$

$$\rho = \frac{3Am_n}{4\pi r^3 A}$$

$$\rho = \frac{3m_n}{4\pi r^3}$$

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	4.4	4.5	5.1	5.2
	Maks. liczba pkt	2	4	2	3
	Uzyskana liczba pkt				

Masywne gwiazdy w końcowym etapie ewolucji odrzucają zewnętrzne warstwy materii i zapadając się mogą tworzyć gwiazdy neutronowe. Jeśli masa zapadającej się części gwiazdy jest dostatecznie duża to powstaje „czarna dziura”. Czarna dziura to obiekt astronomiczny, który tak silnie oddziałuje grawitacyjnie na swoje otoczenie, że żaden rodzaj materii ani energii nie może jej opuścić.

### 5.3 (3 pkt)

Oszacuj promień gwiazdy neutronowej o masie  $12,56 \cdot 10^{29}$  kg i średniej gęstości równej  $3 \cdot 10^{17}$  kg/m<sup>3</sup>.

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{M}{V} \\ V = \frac{4}{3} \pi R^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 12,56 \cdot 10^{29} \text{ kg}}{4 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}; \quad R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 12,56 \cdot 10^{29}}{12,56 \cdot 3 \cdot 10^{17}} \text{ m}^3}; \quad R = \sqrt[3]{10^{12} \text{ m}^3}; \quad R = 10^4 \text{ m}$$

### 5.4 (4 pkt)

Masywna gwiazda w wyniku ewolucji utworzyła obiekt o masie  $12,56 \cdot 10^{29}$  kg i promieniu 1 km. Oszacuj wartość drugiej prędkości kosmicznej dla tego obiektu. Oceń, czy ten obiekt może być „czarną dziurą”. Odpowiedź uzasadnij.

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 12,56 \cdot 10^{29} \text{ kg}}{1000 \text{ m}}}$$

$$v_{II} = \sqrt{16,76 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}}}; \quad v_{II} \approx 4,09 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Otrzymany wynik ( $4,1 \cdot 10^8$  m/s) jest większy od prędkości światła w próżni.

Opisana w treści zadania gwiazda może być „czarną dziurą”.

Ponieważ wartość drugiej prędkości kosmicznej dla tego obiektu przekracza prędkość światła w próżni, zatem nawet fotony nie mogą opuścić tej gwiazdy.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	5.3	5.4
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

## **BRUDNOPIS**